Preparación Práctica
Oposición de Economía

Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria (590) · Comunidad de Madrid

BLOQUE 2

Microeconomía

Competencia perfecta, monopolio, poder de mercado y oligopolio

Versión con enunciados y soluciones

Material de elaboración propia a partir de pruebas de convocatorias anteriores.

16 de noviembre de 2026

preparación @ecorami

Índice

1 Mercado, equilibrio y elasticidad: ejercicios elementales 2

2 Teoría del consumidor 5

3 Competencia perfecta: costes, oferta y decisión de producción 10

4 Monopolio y poder de mercado 13

5 Discriminación de precios en mercados separados 17

6 Oligopolio: Cournot, Stackelberg y cártel 18

7 Competencia en precios: el modelo de Bertrand 22

8 Aplicación integrada: el caso del cava (monopsonio y liderazgo) 26

9 Teoría de juegos 27

10 Externalidades y fallos de mercado 30

11 Examen oficial: Madrid 2023 (Reposición), Bertrand con costes distintos 32

1. Mercado, equilibrio y elasticidad: ejercicios elementales

Ejercicio 1

Fuente: Equilibrio de mercado, desplazamientos y excedentes (elaboración propia) *Puntuación: 1,5 puntos*

La demanda de un bien es $Q_d = 100 - 2P$ y la oferta $Q_s = 2P - 20$.

a) Calcule el precio y la cantidad de equilibrio y los excedentes del consumidor y del productor.

b) Una moda eleva la demanda a $Q_d = 120 - 2P$. Halle el nuevo equilibrio.

c) ¿Qué ocurriría si el Gobierno fijara un precio máximo de 25?

Solución

a) Equilibrio y excedentes

$100 - 2P = 2P - 20 \Rightarrow P^* = 30$, $Q^* = 40$. La demanda se anula en $P = 50$ y la oferta en $P = 10$:

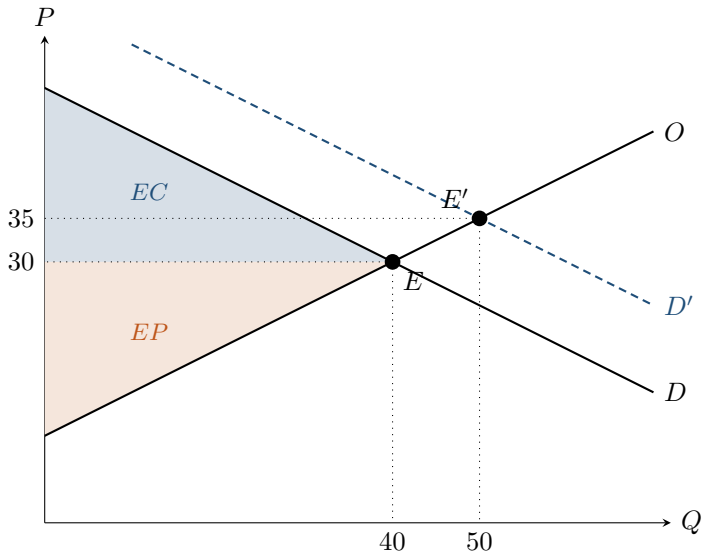
$$EC = \tfrac{1}{2}(50 - 30) \cdot 40 = 400; \qquad EP = \tfrac{1}{2}(30 - 10) \cdot 40 = 400.$$

b) Aumento de la demanda

$120 - 2P = 2P - 20 \Rightarrow P = 35$, $Q = 50$: suben precio y cantidad.

c) Precio máximo de 25

Por debajo del equilibrio es vinculante: $Q_d = 50$, $Q_s = 30$: **escasez** de 20 unidades, con racionamiento, colas o mercado negro.



Resultado. $P^* = 30$, $Q^* = 40$, $EC = EP = 400$; con más demanda, $P = 35$ y $Q = 50$; un precio máximo de 25 provoca una escasez de 20 unidades.



La intuición

Este es el ejercicio cero de la microeconomía: dos rectas, un cruce y dos triángulos. Conviene dominar la lectura de los interceptos (el precio al que nadie compra, el precio al que nadie vende), porque son la altura de los excedentes, y distinguir desplazamiento *de la curva (cambia la demanda) de* movimiento *a lo largo de ella (cambia la cantidad demandada). El precio máximo enseña la lección clásica: fijar un precio no crea bienes, solo reparte la escasez de otra forma.*

Ejercicio 2

Fuente: Elasticidad e ingreso total (elaboración propia) *Puntuación: 1,5 puntos*

Con la demanda $Q_d = 100 - 2P$:

a) Calcule la elasticidad-precio en $P = 20$ y en $P = 40$ e interprete.

b) ¿En qué precio es unitaria y qué tiene de especial ese punto?

c) Si el vendedor sube el precio de 20 a 22, ¿sube o baja su ingreso? ¿Y si lo sube de 40 a 42?

Solución

a) Elasticidad puntual

$\varepsilon = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = -2 \cdot \frac{P}{100-2P}$. En $P = 20$: $\varepsilon = -2 \cdot \frac{20}{60} = -0{,}67$ (inelástica); en $P = 40$: $\varepsilon = -2 \cdot \frac{40}{20} = -4$ (elástica).

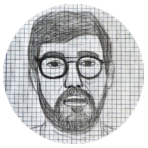
b) Elasticidad unitaria

$|\varepsilon| = 1 \Rightarrow 2P = 100 - 2P \Rightarrow P = 25$ (punto medio de la recta). Ahí el ingreso total $IT = P \cdot Q = 25 \cdot 50 = 1.250$ es máximo.

c) Ingreso total

De 20 a 22 (tramo inelástico): IT pasa de 1.200 a 1.232: **sube**. De 40 a 42 (tramo elástico): IT pasa de 800 a 672: **baja**.

> **Resultado.** $\varepsilon(20) = -0{,}67$, $\varepsilon(40) = -4$; unitaria en $P = 25$ con ingreso máximo 1.250; subir el precio aumenta el ingreso solo en el tramo inelástico.



La intuición

La elasticidad responde a la pregunta que de verdad importa a un vendedor: "si subo el precio, ¿ingreso más o menos?". En una demanda lineal la respuesta cambia a lo largo de la recta: arriba, donde la cantidad es pequeña, la demanda es elástica y subir el precio ahuyenta a muchos; abajo es inelástica y la subida compensa. El punto medio, con elasticidad unitaria, es donde el ingreso toca techo: por eso un monopolista nunca se sitúa en el tramo inelástico.

Ejercicio 3

Fuente: Impuesto unitario e incidencia (elaboración propia) *Puntuación: 1,5 puntos*

Sobre el mercado $Q_d = 100 - 2P$, $Q_s = 2P - 20$ se establece un impuesto de 5 u.m. por unidad que deben ingresar los vendedores.

a) Calcule el nuevo equilibrio: precio pagado por el consumidor, precio recibido por el productor y cantidad.

b) ¿Cómo se reparte la carga del impuesto? Calcule la recaudación y la pérdida de eficiencia.

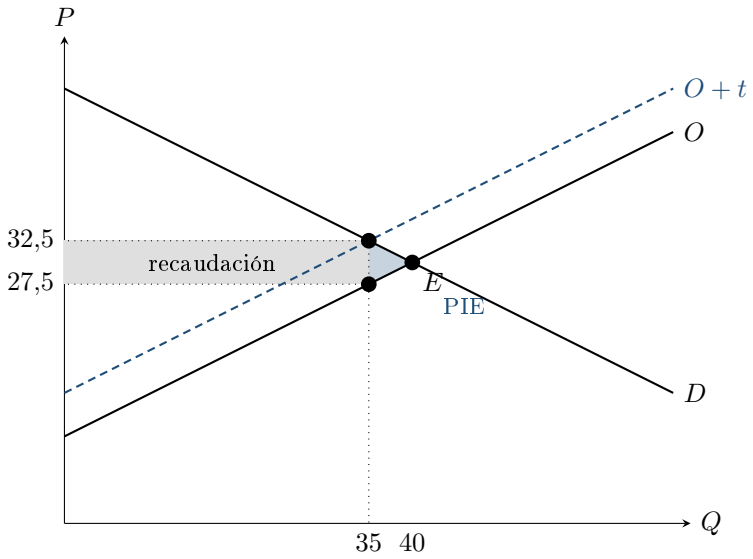
Solución

a) Nuevo equilibrio

El vendedor recibe $P - 5$: $Q_s' = 2(P-5) - 20 = 2P - 30$. Equilibrio: $100 - 2P = 2P - 30 \Rightarrow P_c = 32{,}5$; $Q = 35$; $P_p = 27{,}5$.

b) Incidencia, recaudación y pérdida

El consumidor paga 2,5 más y el productor recibe 2,5 menos: la carga se reparte al 50% porque las pendientes (elasticidades en el equilibrio) son iguales. Recaudación $= 5 \cdot 35 = 175$. Pérdida de eficiencia $= \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (40 - 35) = 12{,}5$.



Resultado. $P_c = 32{,}5$, $P_p = 27{,}5$, $Q = 35$; carga al 50%; recaudación 175; pérdida de eficiencia 12,5.



La intuición

Da igual a quién obligue la ley a ingresar el impuesto: la carga la reparte el mercado según las elasticidades, y la paga más quien menos puede escapar (el lado más inelástico). El rectángulo gris es lo que recauda el Estado; el triángulo azul es lo que nadie recibe: las unidades que ya no se intercambian porque el impuesto abre una cuña entre lo que vale el bien y lo que cuesta producirlo.

2. Teoría del consumidor

Ejercicio 4

Fuente: Equilibrio del consumidor (Cobb-Douglas) *Puntuación: 2 puntos*

Las preferencias de un consumidor se representan por $U(x,y) = x\,y^2$. Su renta es $I = 90$ y los precios $P_x = 2$, $P_y = 3$.

a) Obtenga la relación marginal de sustitución y las funciones de demanda.

b) Calcule la cesta óptima y el nivel de utilidad.

c) Indique brevemente cómo cambiaría la solución si los bienes fueran sustitutivos perfectos o complementarios perfectos.

Solución

a) RMS y funciones de demanda

La relación marginal de sustitución es

$$RMS = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{y^2}{2xy} = \frac{y}{2x}.$$

En el óptimo interior $RMS = \frac{P_x}{P_y}$ y se cumple la restricción presupuestaria. Para una Cobb-Douglas $U = x^a y^b$, cada bien se lleva una fracción del gasto proporcional a su exponente; aquí $(a = 1,\, b = 2)$:

$$x^* = \frac{1}{3}\frac{I}{P_x}, \qquad y^* = \frac{2}{3}\frac{I}{P_y}.$$

Resultado. $RMS = \dfrac{y}{2x}$; $x^* = \dfrac{I}{3P_x}$, $y^* = \dfrac{2I}{3P_y}$.

b) Cesta óptima

$$x^* = \frac{90}{3\cdot 2} = 15, \qquad y^* = \frac{2\cdot 90}{3\cdot 3} = 20, \qquad U = 15\cdot 20^2 = 6.000.$$

Resultado. Cesta óptima $(15, 20)$, con utilidad 6.000. El consumidor gasta $\frac{1}{3}$ de la renta en x y $\frac{2}{3}$ en y.

c) Otras preferencias

Con *sustitutivos perfectos* ($U = ax+by$) la RMS es constante: se compra solo el bien con mejor relación utilidad/precio (solución de esquina), salvo coincidencia exacta. Con *complementarios perfectos* ($U = \min(ax, by)$) se consumen siempre en proporción fija $ax = by$, sin sustitución ante cambios de precio.

Resultado. Cobb-Douglas: reparto del gasto por exponentes. Sustitutivos: esquina. Complementarios: proporción fija.



La intuición

La condición de tangencia $RMS = P_x/P_y$ es el corazón de todo: el consumidor iguala la tasa a la que quiere *cambiar un bien por otro (RMS) con la tasa a la que* el mercado *se lo permite (cociente de precios). La Cobb-Douglas tiene una propiedad comodísima: la fracción de renta gastada en cada bien es fija y solo depende de los exponentes, no de los precios. Por eso aquí x se lleva siempre un tercio del presupuesto, suba lo que suba su precio.*

Ejercicio 5

Fuente: Efecto renta y efecto sustitución (Slutsky y Hicks) *Puntuación: 2,5 puntos*

Un consumidor tiene utilidad $U(x, y) = x\,y$, renta $I = 120$ y precios iniciales $P_x = 1$, $P_y = 1$. El precio de x **sube hasta** $P'_x = 4$. Descomponga la variación total de la demanda de x en efecto sustitución y efecto renta por los métodos de Slutsky y de Hicks.

Solución

Para $U = xy$ las demandas son $x^* = \frac{I}{2P_x}$, $y^* = \frac{I}{2P_y}$.

Cestas inicial y final

$$\text{Inicial}: x_0 = \frac{120}{2} = 60,\ y_0 = 60,\ U_0 = 3.600; \qquad \text{Final}: x_2 = \frac{120}{2\cdot 4} = 15.$$

La variación total es $\Delta x = 15 - 60 = -45$.

Método de Slutsky (mantener el poder adquisitivo de la cesta inicial)

Damos al consumidor la renta justa para poder comprar $(60, 60)$ a los nuevos precios: $I_s = 4\cdot 60 + 1\cdot 60 = 300$. Con ella demanda $x_s = \frac{300}{2\cdot 4} = 37{,}5$.

$$\text{ES} = x_s - x_0 = 37{,}5 - 60 = -22{,}5; \qquad \text{ER} = x_2 - x_s = 15 - 37{,}5 = -22{,}5.$$

Método de Hicks (mantener la utilidad inicial)

Buscamos la cesta más barata que alcanza $U_0 = 3.600$ a los nuevos precios. Para $U = xy$, $x_h = \sqrt{U_0\, P_y/P'_x} = \sqrt{3.600/4} = 30$.

$$\text{ES} = x_h - x_0 = 30 - 60 = -30; \qquad \text{ER} = x_2 - x_h = 15 - 30 = -15.$$

Resultado. Efecto total $\Delta x = -45$ por ambos métodos. Slutsky lo divide en $(-22{,}5, -22{,}5)$ y Hicks en $(-30, -15)$: misma suma, distinto reparto.



La intuición

Cuando sube el precio de un bien pasan dos cosas a la vez. Primero, ese bien se encarece en relación *al otro y el consumidor lo sustituye (efecto sustitución, siempre en contra del bien que se encarece). Segundo, su renta real cae y compra menos de todo (efecto renta, que aquí refuerza al anterior porque x es normal). Slutsky y Hicks solo difieren en qué entendemos por "compensar": darle para comprar la cesta de antes (Slutsky) o para mantener su satisfacción de antes (Hicks). Por eso reparten el total de forma distinta, pero el efecto total observable es el mismo.*

Ejercicio 6

Fuente: Bienestar: variación compensatoria y equivalente *Puntuación: 2 puntos*

Las preferencias sobre un bien x y un bien numerario y (con $P_y = 1$) son $U(x, y) = y + 4\ln x$. La renta es I (suficientemente alta) y el precio de x **sube de** 1 **a** 2.

a) Obtenga la demanda de x.

b) Calcule la variación compensatoria (VC) y la equivalente (VE) de la subida, y la variación del excedente del consumidor.

c) ¿Cuánto pagaría el consumidor por evitar la subida?

Solución

a) Demanda de x

Igualando $RMS = \frac{4/x}{1} = p$ se obtiene una demanda que *no depende de la renta* (utilidad cuasilineal):

$$x^*(p) = \frac{4}{p} \quad \Rightarrow \quad x(1) = 4,\ x(2) = 2.$$

b) VC, VE y excedente

Como no hay efecto renta sobre x, las tres medidas de bienestar coinciden y son iguales al área bajo la demanda entre ambos precios:

$$\text{VC} = \text{VE} = \Delta EC = \int_1^2 \frac{4}{p}\,dp = 4\ln 2 \approx 2{,}77.$$

Resultado. $\text{VC} = \text{VE} = \Delta EC = 4\ln 2 \approx 2{,}77$ €.

c) Disposición a pagar

La cantidad máxima que pagaría por evitar la subida es precisamente la variación compensatoria: $\approx 2{,}77$ €.

Resultado. Pagaría hasta $\approx 2{,}77$ € por mantener el precio en 1.



La intuición

La variación compensatoria y la equivalente responden a la misma pregunta —¿cuánto vale para el consumidor este cambio de precios?— desde dos momentos distintos: cuánto habría que darle después de la subida para dejarlo como estaba (VC) o cuánto quitarle antes para hacerle el mismo daño (VE). En general difieren porque el efecto renta las separa; pero en una utilidad cuasilineal, donde la demanda del bien no depende de la renta, VC, VE y la variación del excedente del consumidor coinciden exactamente. Es el caso ideal para medir bienestar sin ambigüedad.

Ejercicio 7

Fuente: Madrid 2021 (Ordinario, 19 de junio), Ejercicio 1: oferta de trabajo y salario de aceptación Puntuación: 2,5 puntos

La utilidad de un consumidor es $U(h,c) = h^2c$, con h las horas diarias de ocio y c las unidades consumidas. El precio del bien es $p_c = 2$ y el consumidor dispone de una renta no salarial $R = 24$ (y de 24 horas al día).

a) Obtenga la función de oferta de trabajo y el salario de aceptación.

b) Si el salario por hora es $w = 4$, calcule h y c.

c) Si el Gobierno establece un impuesto del 20% sobre la renta salarial, calcule los nuevos valores de h y c.

Solución

a) Oferta de trabajo

Restricción: $2c = w(24-h)+24$. Tangencia: $\dfrac{UMg_h}{UMg_c} = \dfrac{2hc}{h^2} = \dfrac{2c}{h} = \dfrac{w}{2} \Rightarrow c = \dfrac{wh}{4}$. Sustituyendo: $\dfrac{wh}{2} = 24w - wh + 24 \Rightarrow \dfrac{3}{2}wh = 24w + 24 \Rightarrow h^* = 16 + \dfrac{16}{w}$. Oferta de trabajo: $L^* = 24 - h^* = 8 - \dfrac{16}{w}$, creciente en w. **Salario de aceptación:** $L^* = 0 \Rightarrow w = 2$; por debajo de 2 el consumidor no trabaja ($h = 24$, solución de esquina).

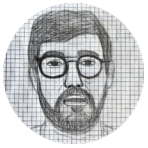
b) $w = 4$

$h = 16 + 4 = 20$; $L = 4$; $c = \dfrac{4 \cdot 20}{4} = 20$ (comprobación: $2 \cdot 20 = 4 \cdot 4 + 24$).

c) Impuesto del 20%

Salario neto $w' = 3{,}2$: $h = 16 + 5 = 21$; $L = 3$; $c = \dfrac{3{,}2 \cdot 21}{4} = 16{,}8$.

Resultado. $L^* = 8 - 16/w$ con salario de aceptación $w = 2$; con $w = 4$: $h = 20$, $L = 4$, $c = 20$; con el impuesto: $h = 21$, $L = 3$, $c = 16{,}8$. El impuesto reduce la oferta de trabajo en una hora.



La intuición

La oferta de trabajo es una elección de consumo: el ocio es un bien con precio w (cada hora libre cuesta un salario). La renta no salarial permite "comprar" ocio sin trabajar, por eso existe un salario de aceptación: solo merece la pena trabajar si la hora vale más que lo que ya se tiene. El impuesto baja el salario neto y aquí reduce el trabajo (domina el efecto sustitución); con otras preferencias podría aumentarlo (efecto renta). Este ejercicio es la pregunta tipo de Madrid sobre el mercado de trabajo desde la micro.

Ejercicio 8

Fuente: Madrid 2021 (Ordinario, 19 de junio), Ejercicio 2: demanda cuasilineal, Slutsky y Hicks Puntuación: 1 punto

La utilidad de un consumidor es $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$, su renta $R = 10$ y los precios $p_1 = 4$ y $p_2 = 2$.

a) Halle las demandas marshallianas.

b) Halle las demandas hicksianas a partir de las marshallianas.

c) El Gobierno establece un subsidio de 3 u.m. por unidad consumida de x_1. Determine el efecto sobre x_1 y descompóngalo en efecto renta y sustitución según Slutsky y Hicks.

Solución

a) Marshallianas

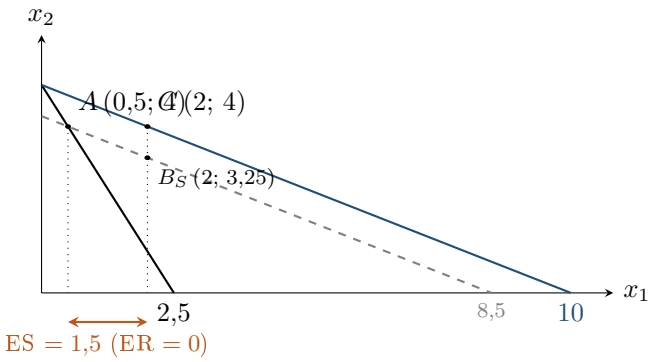
Tangencia: $\dfrac{1/x_1}{1} = \dfrac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_1^* = \dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{2}{4} = 0{,}5$ (no depende de la renta: utilidad cuasilineal); $x_2^* = \dfrac{R - p_1 x_1}{p_2} = \dfrac{10 - 2}{2} = 4$.

b) Hicksianas

La demanda compensada de x_1 coincide con la marshalliana, $h_1 = p_2/p_1$; la de x_2 se obtiene de $u = \ln(p_2/p_1) + h_2 \Rightarrow h_2 = u - \ln(p_2/p_1)$.

c) Subsidio de 3 por unidad

Nuevo precio $p_1' = 1$: $x_1' = 2$, $x_2' = \dfrac{10 - 2}{2} = 4$. Efecto total sobre x_1: $+1{,}5$. **Slutsky:** renta compensada $R' = 1 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 4 = 8{,}5$; con $p_1' = 1$, $x_1 = 2$ (no depende de la renta): ES $= +1{,}5$, ER $= 0$. **Hicks:** utilidad inicial $u_0 = \ln 0{,}5 + 4 = 3{,}31$; $h_1 = 2/1 = 2$: ES $= +1{,}5$, ER $= 0$.



Resultado. $x_1 = 0{,}5$, $x_2 = 4$; con el subsidio $x_1 = 2$: todo el aumento (+1,5) es efecto sustitución, el efecto renta es nulo tanto en Slutsky como en Hicks.



La intuición

La utilidad cuasilineal tiene una propiedad que el tribunal quiere ver reconocida: la demanda de x_1 no depende de la renta, así que el efecto renta sobre ese bien es exactamente cero y toda la respuesta al subsidio es sustitución. Por eso el punto compensado de Slutsky (B_S) tiene la misma x_1 que el final: la recta compensada (gris) y la final (azul) llevan a la misma cantidad de x_1. Reconocerlo ahorra cálculos y demuestra que se entiende la estructura de las preferencias.

3. Competencia perfecta: costes, oferta y decisión de producción

Ejercicio 9

Fuente: Andalucía 2021, Ejercicio 1: análisis de la producción *Puntuación: 2,5 puntos*

Una empresa presenta la función de producción a largo plazo $PT = K^2L^2 + L - \dfrac{L^3}{K^4}$.

a) Sabiendo que la cantidad de capital es $K = 1$, obtenga la función de producción a corto plazo.

b) Calcule las funciones de producto marginal y de producto medio.

c) Calcule el óptimo técnico.

d) Calcule el máximo técnico.

e) Represente gráficamente y describa las etapas de la producción.

Solución

a) Corto plazo

Con $K = 1$: $PT = L^2 + L - L^3$.

b) Producto marginal y medio

$$PMg = \frac{dPT}{dL} = 1 + 2L - 3L^2; \qquad PMe = \frac{PT}{L} = 1 + L - L^2.$$

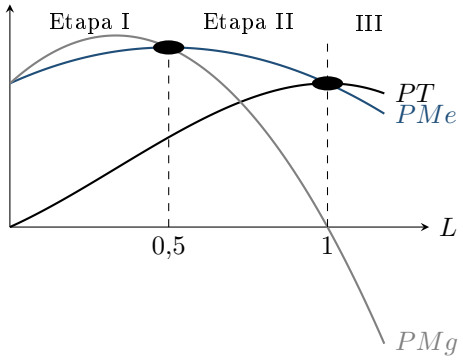
c) Óptimo técnico (máximo del producto medio)

$\dfrac{dPMe}{dL} = 1 - 2L = 0 \Rightarrow L = 0{,}5$; $PMe = 1{,}25$. Comprobación: $PMg(0{,}5) = 1 + 1 - 0{,}75 = 1{,}25 = PMe$: el marginal corta al medio en su máximo.

d) Máximo técnico (máximo del producto total)

$PMg = 0 \Rightarrow 3L^2 - 2L - 1 = 0 \Rightarrow L = 1$ (raíz positiva); $PT = 1$.

e) Etapas



Etapa I ($0 < L < 0{,}5$): el producto medio crece ($PMg > PMe$); contratar más trabajo mejora el rendimiento medio. **Etapa II** ($0{,}5 < L < 1$): el medio decrece pero el marginal sigue siendo positivo; es la etapa económicamente relevante. **Etapa III** ($L > 1$): el producto marginal es negativo y el total cae; nunca conviene producir aquí.

> **Resultado.** $PT = L^2 + L - L^3$; $PMg = 1 + 2L - 3L^2$; $PMe = 1 + L - L^2$; óptimo técnico en $L = 0{,}5$ ($PMe = PMg = 1{,}25$); máximo técnico en $L = 1$ ($PT = 1$).



La intuición

El óptimo técnico y el máximo técnico son los dos hitos de la curva de producto: en el primero el trabajador medio rinde lo máximo (y el marginal lo iguala, como siempre que un medio alcanza su máximo), en el segundo el último trabajador ya no añade nada. Entre ambos está la única zona donde una empresa racional se sitúa: antes, desaprovecha el capital; después, sobra gente. El tribunal andaluz pide exactamente esta lectura, así que el gráfico con las tres etapas marcadas es obligatorio.

Ejercicio 10

Fuente: Oposiciones Cataluña 2020, Opción A (adaptado) *Puntuación: 3 puntos*

La función de costes de una pequeña explotación agrícola en situación de **competencia perfecta** es:

$$CT(q) = q^3 - 4q^2 + 8q + 10,$$

donde q es la cantidad de toneladas de producción.

a) Encuentre la función de oferta de la empresa y represente gráficamente la situación.

b) Si el precio fuera $p = 6$, ¿cuál sería la situación de la empresa? ¿Qué cantidad produciría para maximizar beneficios? Razone la respuesta.

c) Si el gobierno establece una subvención de 2 u.m. por unidad producida, ¿cuál sería la producción de la empresa y cómo quedarían los beneficios? Razone la respuesta.

Solución

Punto de partida: las funciones de coste

A partir de $CT(q) = q^3 - 4q^2 + 8q + 10$ obtenemos las funciones que gobiernan la decisión de la empresa:

$$\begin{aligned}
\text{Coste fijo:} &\qquad CF = 10 \\
\text{Coste variable:} &\qquad CV(q) = q^3 - 4q^2 + 8q \\
\text{Coste marginal:} &\qquad CMg(q) = \frac{dCT}{dq} = 3q^2 - 8q + 8 \\
\text{Coste variable medio:} &\qquad CVMe(q) = \frac{CV}{q} = q^2 - 4q + 8 \\
\text{Coste total medio:} &\qquad CTMe(q) = q^2 - 4q + 8 + \frac{10}{q}
\end{aligned}$$

a) Función de oferta

En competencia perfecta la empresa produce donde $p = CMg$, siempre que el precio cubra al menos el coste variable medio (de lo contrario cierra). El **precio de cierre** es el mínimo del $CVMe$:

$$\frac{d\,CVMe}{dq} = 2q - 4 = 0 \;\Rightarrow\; q = 2, \qquad CVMe(2) = 2^2 - 4\cdot 2 + 8 = 4.$$

Por tanto la empresa solo produce si $p \geq 4$. Igualando $p = CMg$ y despejando la rama creciente (la económicamente válida):

$$p = 3q^2 - 8q + 8 \implies 3q^2 - 8q + (8 - p) = 0 \implies q^S(p) = \frac{8 + \sqrt{12p - 32}}{6}.$$

> **Resultado.** $q^S(p) = \dfrac{8 + \sqrt{12p - 32}}{6}$ para $p \geq 4$; $\quad q^S(p) = 0$ si $p < 4$. La oferta es el tramo del coste marginal por encima del mínimo del coste variable medio.

En el gráfico, CMg, $CVMe$ y $CTMe$ comparten ejes: la oferta es el tramo de CMg por encima del punto de cierre ($q = 2$, $p = 4$) y el corte de CMg con $CTMe$ marca el umbral de rentabilidad.

b) Decisión cuando $p = 6$

Como $p = 6 > 4$, la empresa produce. Sustituyendo en la oferta:

$$q = \frac{8 + \sqrt{12\cdot 6 - 32}}{6} = \frac{8 + \sqrt{40}}{6} = \frac{8 + 6{,}3246}{6} \approx 2{,}39 \text{ toneladas.}$$

Calculamos el beneficio con $q \approx 2{,}3874$:

$$IT = 6 \cdot 2{,}3874 = 14{,}32, \qquad CT \approx 19{,}91, \qquad B = IT - CT \approx -5{,}58 \text{ u.m.}$$

La empresa incurre en **pérdidas**, pero como el precio (6) supera el $CVMe$ en ese punto ($CVMe(2{,}39) \approx 4{,}02$), cubre la totalidad de sus costes variables y parte de los fijos: en el corto plazo le conviene seguir produciendo en lugar de cerrar (minimiza pérdidas).

> **Resultado.** $q \approx 2{,}39$ t; beneficio $\approx -5{,}58$ u.m. Produce a pérdida en el corto plazo porque $p > CVMe$.

c) Efecto de una subvención de 2 u.m. por unidad

La subvención eleva el ingreso por unidad: el precio *efectivo* percibido pasa a ser $p_{ef} = p+2 = 8$. La nueva producción:

$$q = \frac{8 + \sqrt{12 \cdot 8 - 32}}{6} = \frac{8 + \sqrt{64}}{6} = \frac{16}{6} \approx 2{,}67 \text{ toneladas.}$$

Beneficio (ingresos de mercado más subvención, menos costes):

$$IT_{ef} = 8 \cdot 2{,}667 = 21{,}33, \qquad CT \approx 21{,}85, \qquad B \approx -0{,}52 \text{ u.m.}$$

Resultado. La subvención aumenta la producción (2,39 → 2,67 t) y reduce casi a cero las pérdidas (−5,58 → −0,52 u.m.): desplaza la oferta efectiva hacia la derecha.



La intuición

Una subvención por unidad es, para la empresa, lo mismo que cobrar 2 u.m. más por cada tonelada: lo único que mira el productor es el ingreso que le entra por unidad. Por eso desplazamos la línea de precio relevante hacia arriba en 2 y la empresa se mueve a la derecha sobre su curva de coste marginal. Es la misma lógica por la que un impuesto unitario haría justo lo contrario.

4. Monopolio y poder de mercado

Ejercicio 11

Fuente: Madrid 2023 (Estabilización), Ejercicio 1 *Puntuación: 2 puntos*

Un monopolista que tiene la siguiente función de costes

$$CT = \frac{Q^3}{3} - 4Q^2 + 11Q + 100$$

actúa en un mercado cuya función de demanda es $Q = 5 - \frac{P}{4}$.

a) Calcule el precio y la cantidad del bien que maximiza el beneficio del monopolista. (0,5 puntos)

b) Calcule el beneficio que obtiene en equilibrio el monopolista. (0,5 puntos)

c) Calcule la elasticidad de demanda en el equilibrio. (0,25 puntos)

d) Calcule el excedente del consumidor en el equilibrio. (0,25 puntos)

e) Suponga que existe una sola gasolinera que suministra gasolina a los habitantes de un pueblo. Las ventas diarias de gasolina tipo A son 3.500 litros y el precio por litro de 1,58 €. Si la empresa decide incrementar el precio del litro hasta 1,74 €, se reduce la cantidad demandada hasta 3.200 litros. En esta situación, ¿aumentarían o disminuirían sus ingresos? ¿En cuánto? (0,5 puntos)

Solución

a) Precio y cantidad que maximizan el beneficio

Despejamos la demanda inversa: $Q = 5 - \frac{P}{4} \Rightarrow P = 20 - 4Q$.

$$IT = P \cdot Q = (20 - 4Q)Q = 20Q - 4Q^2 \;\Rightarrow\; IMg = \frac{dIT}{dQ} = 20 - 8Q,$$

$$CMg = \frac{dCT}{dQ} = Q^2 - 8Q + 11.$$

Condición de máximo beneficio $IMg = CMg$:

$$20 - 8Q = Q^2 - 8Q + 11 \;\Rightarrow\; Q^2 = 9 \;\Rightarrow\; Q = 3, \qquad P = 20 - 4 \cdot 3 = 8.$$

> **Resultado.** $Q^* = 3$ unidades, $P^* = 8$ u.m.

b) Beneficio en equilibrio

$$IT = 8 \cdot 3 = 24, \qquad CT = \frac{3^3}{3} - 4 \cdot 3^2 + 11 \cdot 3 + 100 = 9 - 36 + 33 + 100 = 106,$$
$$B = IT - CT = 24 - 106 = -82 \text{ u.m.}$$

> **Resultado.** $B = -82$ u.m. El monopolista obtiene pérdidas por el elevado coste fijo (100). Como $P = 8 > CVMe(3) = 2$, en el corto plazo sigue produciendo.

c) Elasticidad de la demanda en el equilibrio

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = \left(-\tfrac{1}{4}\right) \cdot \frac{8}{3} = -\frac{2}{3} \approx -0{,}67.$$

> **Resultado.** $\varepsilon \approx -0{,}67$: demanda inelástica en el equilibrio.



La intuición

Aquí hay algo que conviene que veas: el equilibrio cae en el tramo inelástico *de la demanda, donde el ingreso marginal es negativo. Eso es raro, porque un monopolista "de manual" nunca produce ahí: si la demanda fuese inelástica le bastaría subir el precio y vender menos para ganar más. Lo que manda en este problema es la forma concreta de los costes del enunciado ($IMg = CMg < 0$ en el óptimo). Si en clase te sale esto, no lo tapes: detectarlo y explicarlo es justo lo que valora el tribunal.*

d) Excedente del consumidor

Con demanda inversa $P = 20 - 4Q$, el precio máximo (en $Q = 0$) es 20. El excedente es el triángulo entre la demanda y el precio de equilibrio:

$$EC = \tfrac{1}{2}\,(20 - 8) \cdot 3 = \tfrac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 = 18 \text{ u.m.}$$

> **Resultado.** $EC = 18$ u.m.

e) Gasolinera: variación de ingresos

$$IT_1 = 3.500 \cdot 1{,}58 = 5.530\ €, \qquad IT_2 = 3.200 \cdot 1{,}74 = 5.568\ €.$$
$$\Delta IT = 5.568 - 5.530 = +38\ €.$$

Los ingresos **aumentan** en 38 €. Es coherente con una demanda inelástica: la elasticidad arco es

$$\varepsilon \approx \frac{-300/3.500}{0{,}16/1{,}58} = \frac{-0{,}0857}{0{,}1013} \approx -0{,}85 \quad (|\varepsilon| < 1).$$

Resultado. Los ingresos aumentan en 38 € porque la demanda es inelástica: al subir el precio, la cantidad cae proporcionalmente menos.

Ejercicio 12

Fuente: Murcia 2021, Ejercicio 2 *Puntuación: 3 puntos*

Suponga que toda la electricidad consumida en un país es producida por una sola compañía. El coste de producir es $CT(Q) = 11 + Q^2$ y la demanda viene dada por $Q_D = 100 - 4P$.

a) Obtenga y represente gráficamente el equilibrio de mercado. (0,5 puntos)

b) Obtenga la relación que existe en el equilibrio entre la elasticidad de la demanda y el índice de Lerner. (0,5 puntos)

c) Imagine que el organismo regulador no quiere que se produzca pérdida irrecuperable de eficiencia. ¿Qué precio obligaría a cobrar? ¿Cuál debería ser el nivel de producción? Analice el bienestar social (excedentes) en relación al monopolio. (0,75 puntos)

d) ¿Cuál sería la subvención por unidad producida que debería pagar el regulador para que la cantidad ofrecida por el monopolista coincida con la del equilibrio competitivo? Analice el bienestar social. (0,5 puntos)

e) Suponga que es posible segmentar la población en dos grupos: trabajadores de renta baja con demanda $Q_A = 100 - 3P$ y trabajadores de renta alta con demanda $Q_B = 100 - P$. Determine el nuevo equilibrio con discriminación de precios. (0,75 puntos)

Solución

a) Equilibrio de monopolio

Demanda inversa: $Q = 100 - 4P \Rightarrow P = 25 - \frac{Q}{4}$.

$$IT = \left(25 - \tfrac{Q}{4}\right)Q \ \Rightarrow\ IMg = 25 - \tfrac{Q}{2}, \qquad CMg = \frac{dCT}{dQ} = 2Q.$$

$IMg = CMg$:

$$25 - \tfrac{Q}{2} = 2Q \ \Rightarrow\ 25 = \tfrac{5}{2}Q \ \Rightarrow\ Q = 10, \qquad P = 25 - \tfrac{10}{4} = 22{,}5.$$

Beneficio: $B = 22{,}5 \cdot 10 - (11 + 10^2) = 225 - 111 = 114$.

Resultado. Monopolio: $Q_m = 10$, $P_m = 22{,}5$, $B_m = 114$ u.m.

b) Índice de Lerner y elasticidad

$$\varepsilon = \frac{dQ}{dP}\cdot\frac{P}{Q} = (-4)\cdot\frac{22{,}5}{10} = -9, \qquad L = \frac{P - CMg}{P} = \frac{22{,}5-20}{22{,}5} = \frac{2{,}5}{22{,}5} = \frac{1}{9}.$$

Se verifica la relación general del monopolio:

$$\boxed{L = \frac{1}{|\varepsilon|}} \qquad \frac{1}{9} = \frac{1}{9}. \checkmark$$

> **Resultado.** El índice de Lerner es la inversa del valor absoluto de la elasticidad: $L = 1/|\varepsilon| = 1/9 \approx 0{,}11$.

c) Regulación eficiente (precio = coste marginal)

Para eliminar la pérdida irrecuperable de eficiencia, el regulador fija $P = CMg$:

$$25 - \tfrac{Q}{4} = 2Q \;\Rightarrow\; 25 = \tfrac{9}{4}Q \;\Rightarrow\; Q_c = \frac{100}{9} \approx 11{,}11, \qquad P_c = 2Q_c = \frac{200}{9} \approx 22{,}22.$$

La producción aumenta y el precio baja respecto al monopolio. La pérdida irrecuperable de eficiencia que se elimina es el triángulo entre la demanda y el CMg desde Q_m hasta Q_c:

$$PIE = \tfrac{1}{2}\,(P_m - CMg_m)\,(Q_c - Q_m) = \tfrac{1}{2}\,(22{,}5-20)\Big(\tfrac{100}{9} - 10\Big) = \tfrac{1}{2}\cdot 2{,}5\cdot\tfrac{10}{9} \approx 1{,}39.$$

> **Resultado.** Regulación: $Q_c \approx 11{,}11$, $P_c \approx 22{,}22$. Aumenta el excedente del consumidor y se recupera la pérdida de eficiencia ($\approx 1{,}39$ u.m.).

d) Subvención que iguala monopolio y óptimo competitivo

Con una subvención s por unidad, el monopolista maximiza $IT + sQ - CT$, de modo que $IMg + s = CMg$. Imponemos que la cantidad elegida sea $Q_c = 100/9$:

$$\Big(25 - \tfrac{Q_c}{2}\Big) + s = 2Q_c \;\Rightarrow\; s = \tfrac{5}{2}Q_c - 25 = \tfrac{5}{2}\cdot\tfrac{100}{9} - 25 = \frac{250}{9} - 25 = \frac{25}{9} \approx 2{,}78.$$

> **Resultado.** Subvención $s = 25/9 \approx 2{,}78$ u.m./unidad. Restaura la cantidad eficiente sin pérdida de eficiencia, a costa de una transferencia pública de $s \cdot Q_c = 2500/81 \approx 30{,}86$ u.m.

e) Discriminación de precios de tercer grado

Demandas inversas y coste marginal (con $Q = Q_A + Q_B$):

$$P_A = \frac{100 - Q_A}{3}, \quad P_B = 100 - Q_B, \quad CMg = 2(Q_A + Q_B).$$

Igualando el ingreso marginal de cada mercado al coste marginal común:

$$IMg_A = \frac{100 - 2Q_A}{3} = 2(Q_A + Q_B), \qquad IMg_B = 100 - 2Q_B = 2(Q_A + Q_B).$$

El sistema $100 = 8Q_A + 6Q_B$ y $100 = 2Q_A + 4Q_B$ da $Q_B = 30$ y $Q_A = -10 < 0$. Una cantidad negativa indica **solución de esquina**: no es rentable servir al mercado de renta baja. Optimizando solo el mercado B:

$$100 - 2Q_B = 2Q_B \Rightarrow Q_B = 25, \quad P_B = 75, \quad CMg = 50,$$

y se comprueba que en A el ingreso marginal inicial ($IMg_A(0) = 100/3 \approx 33{,}3$) es menor que el coste marginal (50), por lo que no conviene entrar.

Resultado. El monopolista atiende solo al mercado de renta alta: $Q_B = 25$, $P_B = 75$; el mercado de renta baja queda sin servir ($Q_A = 0$) por su baja disposición a pagar frente al elevado coste marginal.



La intuición

La idea de fondo: con costes marginales crecientes*, atender al mercado de renta alta ya empuja el coste marginal hasta* 50*, y el de renta baja no está dispuesto a pagar tanto (su precio máximo es* 33,3*). Entonces no compensa servirlo: la discriminación puede acabar* excluyendo *al segmento más pobre y elástico. Por eso aparece la cantidad negativa, que no es un error sino la señal de una solución de esquina. El tribunal premia que la detectes y la justifiques, no que fuerces números positivos.*

5. Discriminación de precios en mercados separados

Ejercicio 13

Fuente: Asturias 2021 (acceso), Ejercicio 2 *Puntuación: 3 puntos*

Un monopolista abastece dos mercados entre los que no es posible la reventa y cuyas funciones de demanda del bien X son

$$X_1 = 40 - \tfrac{2}{3}P_1, \qquad X_2 = 60 - \tfrac{4}{3}P_2,$$

siendo su función de costes totales

$$C(X) = \tfrac{1}{8}(X_1 + X_2)^2 + 500.$$

a) Cantidad y precio de venta en cada mercado. (1,5 puntos)

b) Justifique los precios de venta de cada mercado en función de la elasticidad de la demanda. (1,5 puntos)

Solución

a) Cantidades y precios óptimos

Demandas inversas y coste marginal (con $X = X_1 + X_2$):

$$P_1 = 60 - \tfrac{3}{2}X_1, \qquad P_2 = 45 - \tfrac{3}{4}X_2, \qquad CMg = \frac{dC}{dX} = \frac{X_1 + X_2}{4}.$$

Ingresos marginales por mercado:

$$IMg_1 = 60 - 3X_1, \qquad IMg_2 = 45 - \tfrac{3}{2}X_2.$$

Condiciones $IMg_1 = CMg$ e $IMg_2 = CMg$:

$$60 - 3X_1 = \frac{X_1 + X_2}{4} \;\Rightarrow\; 240 = 13X_1 + X_2,$$

$$45 - \tfrac{3}{2}X_2 = \frac{X_1 + X_2}{4} \;\Rightarrow\; 180 = X_1 + 7X_2.$$

Resolviendo el sistema:

$$X_1 = \frac{50}{3} \approx 16{,}67, \qquad X_2 = \frac{70}{3} \approx 23{,}33, \qquad X = 40, \qquad CMg = \frac{40}{4} = 10.$$

Precios:

$$P_1 = 60 - \tfrac{3}{2}\cdot\tfrac{50}{3} = 60 - 25 = 35, \qquad P_2 = 45 - \tfrac{3}{4}\cdot\tfrac{70}{3} = 45 - 17{,}5 = 27{,}5.$$

Resultado. Mercado 1: $X_1 \approx 16{,}67$, $P_1 = 35$. Mercado 2: $X_2 \approx 23{,}33$, $P_2 = 27{,}5$. ($CMg = 10$ en ambos.)

b) Justificación por la elasticidad (regla de la elasticidad inversa)

Elasticidades en el óptimo:

$$\varepsilon_1 = \frac{dX_1}{dP_1}\frac{P_1}{X_1} = \Big(-\tfrac{2}{3}\Big)\frac{35}{50/3} = -1{,}4, \qquad \varepsilon_2 = \Big(-\tfrac{4}{3}\Big)\frac{27{,}5}{70/3} \approx -1{,}57.$$

La condición de óptimo equivale a la **regla de la elasticidad inversa**:

$$P_i\Big(1 - \frac{1}{|\varepsilon_i|}\Big) = CMg.$$

Comprobación: $35\,(1 - \frac{1}{1{,}4}) = 10$ y $27{,}5\,(1 - \frac{1}{1{,}57}) = 10$. Como el mercado 1 es *menos* elástico ($|\varepsilon_1| = 1{,}4$), soporta un precio mayor (35) que el mercado 2, más elástico ($|\varepsilon_2| = 1{,}57$, precio 27,5).

Resultado. Se cobra más caro donde la demanda es menos elástica: el precio es inversamente proporcional a la sensibilidad de cada mercado.



La intuición

Piensa en cualquier empresa que pone precios distintos a un mismo producto: billetes de avión, entradas de cine con descuento joven, software "para estudiantes". La regla es siempre la misma: al cliente que reacciona poco ante el precio (demanda rígida) le subo el precio; al que se va en cuanto encarece (demanda elástica) se lo bajo. Maximizo cuando el último euro de ingreso es igual en los dos mercados, y eso ocurre exactamente cuando los precios quedan ordenados según la elasticidad.

6. Oligopolio: Cournot, Stackelberg y cártel

Ejercicio 14

Fuente: Madrid 2018, Ejercicio 2 *Puntuación: 2 puntos*

Considere una industria formada por dos empresas (duopolio) cuyas funciones de costes son $CT_1(X_1) = 60X_1$ y $CT_2(X_2) = X_2^2$. La curva de demanda de mercado es $P_x = 200 - X$, con $X = X_1 + X_2$.

a) Obtenga el equilibrio de Cournot. (0,75 puntos)

b) Obtenga el equilibrio si actúan como un cártel. (0,75 puntos)

c) Compare y comente los resultados de los modelos anteriores. (0,5 puntos)

Solución

a) Equilibrio de Cournot

Cada empresa maximiza su beneficio tomando como dada la cantidad de la rival.

$$\pi_1 = (200 - X_1 - X_2)X_1 - 60X_1 \;\Rightarrow\; \frac{\partial \pi_1}{\partial X_1} = 140 - 2X_1 - X_2 = 0,$$

$$\pi_2 = (200 - X_1 - X_2)X_2 - X_2^2 \;\Rightarrow\; \frac{\partial \pi_2}{\partial X_2} = 200 - X_1 - 4X_2 = 0.$$

Las funciones de reacción son $X_1 = 70 - \frac{X_2}{2}$ y $X_1 = 200 - 4X_2$. Resolviendo:

$$X_2 = \frac{260}{7} \approx 37{,}14, \qquad X_1 = \frac{360}{7} \approx 51{,}43,$$

$$X = \frac{620}{7} \approx 88{,}57, \qquad P = 200 - \frac{620}{7} = \frac{780}{7} \approx 111{,}43.$$

Beneficios:

$$\pi_1 = \frac{129600}{49} \approx 2.644{,}90, \qquad \pi_2 = \frac{135200}{49} \approx 2.759{,}18.$$

> **Resultado.** Cournot: $X_1 \approx 51{,}43$, $X_2 \approx 37{,}14$, $P \approx 111{,}43$; $\pi_1 \approx 2.644{,}90$, $\pi_2 \approx 2.759{,}18$ (beneficio conjunto $\approx 5.404{,}08$).

b) Equilibrio de cártel

El cártel maximiza el beneficio conjunto $\pi = 200X - X^2 - 60X_1 - X_2^2$ eligiendo el reparto de la producción:

$$\frac{\partial \pi}{\partial X_1} = 140 - 2X = 0 \;\Rightarrow\; X = 70, \qquad \frac{\partial \pi}{\partial X_2} = 200 - 2X - 2X_2 = 0 \;\Rightarrow\; X_2 = 30.$$

Por tanto $X_1 = 70 - 30 = 40$ y $P = 200 - 70 = 130$. (El cártel iguala los costes marginales de ambas plantas: $CMg_1 = 60$ y $CMg_2 = 2X_2 = 60$.)

$$\pi = 200 \cdot 70 - 70^2 - 60 \cdot 40 - 30^2 = 14.000 - 4.900 - 2.400 - 900 = 5.800.$$

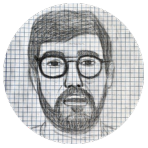
> **Resultado.** Cártel: $X_1 = 40$, $X_2 = 30$, $X = 70$, $P = 130$; beneficio conjunto $= 5.800$ u.m.

c) Comparación

	Producción total	Precio	Beneficio conjunto
Cournot	$\approx 88{,}57$	$\approx 111{,}43$	$\approx 5.404{,}08$
Cártel	70	130	5.800

El cártel restringe la producción y eleva el precio, logrando un beneficio conjunto mayor que en Cournot. Sin embargo, es una situación **inestable**: cada empresa tiene incentivo a desviarse produciendo más de su cuota, lo que explica la tendencia a la ruptura de los acuerdos colusorios (y su prohibición por la normativa de competencia).

> **Resultado.** El cártel produce menos, cobra más y gana más que Cournot, pero el acuerdo es inestable por el incentivo individual a incumplirlo.



La intuición

La clave es por qué Cournot produce más *que el cártel. En el cártel cada empresa tiene en cuenta que, si produce una unidad más, baja el precio de* toda *la producción conjunta. En Cournot, en cambio, cada una solo sufre la bajada de precio sobre* su *parte e ignora el daño que causa a la rival. Esa "externalidad" que se ignoran mutuamente las lleva a producir de más y a ganar menos en conjunto: es justo el incentivo a romper el cártel y la razón de que la ley de competencia los prohíba.*

Ejercicio 15

Fuente: Castilla y León 2018, Ejercicio 2 (aerogeneradores) *Puntuación: 3 puntos*

Considere un mercado de aerogeneradores con una función de demanda dada, en unidades físicas, por $Q = 105 - \dfrac{P}{10}$, siendo P el precio en unidades monetarias. La función de costes de cada una de las **tres** empresas que abastecen el mercado es $CT = 50q + 200$.

a) El precio, la cantidad producida y el beneficio obtenido por cada empresa si fuesen precio-aceptantes.

b) La solución de equilibrio de Cournot y el beneficio.

c) El beneficio obtenido por cada empresa si deciden formar un cártel.

Solución

Demanda inversa: $Q = 105 - \frac{P}{10} \Rightarrow P = 1050 - 10Q$, con $Q = q_1 + q_2 + q_3$. El coste marginal de cada empresa es constante, $CMg = 50$, y el coste fijo $CF = 200$.

a) Empresas precio-aceptantes (competencia)

La oferta competitiva fija $P = CMg = 50$. De la demanda:

$$50 = 1050 - 10Q \;\Rightarrow\; Q = 100, \qquad q_i = \frac{100}{3} \approx 33{,}33.$$

Beneficio de cada empresa:

$$\pi_i = P\,q_i - CT = 50 \cdot \tfrac{100}{3} - \left(50 \cdot \tfrac{100}{3} + 200\right) = -200.$$

Resultado. Precio-aceptantes: $P = 50$, $Q = 100$, $q_i \approx 33{,}33$; $\pi_i = -200$ (solo se pierde el coste fijo; a largo plazo saldrían del mercado).

b) Equilibrio de Cournot

Cada empresa maximiza $\pi_i = (1050 - 10Q)q_i - 50q_i - 200$:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 1000 - 10Q - 10q_i = 0.$$

Por simetría $q_i = q$ y $Q = 3q$:

$$1000 - 40q = 0 \Rightarrow q = 25, \qquad Q = 75, \qquad P = 1050 - 750 = 300.$$

$$\pi_i = 300 \cdot 25 - 50 \cdot 25 - 200 = 7.500 - 1.250 - 200 = 6.050.$$

Resultado. Cournot: $q_i = 25$, $Q = 75$, $P = 300$; $\pi_i = 6.050$ por empresa.

c) Cártel

El cártel maximiza el beneficio conjunto $\pi = (1050 - 10Q)Q - 50Q - 600$:

$$\frac{d\pi}{dQ} = 1000 - 20Q = 0 \Rightarrow Q = 50, \qquad P = 1050 - 500 = 550.$$

$$\pi_{\text{total}} = 550 \cdot 50 - (50 \cdot 50 + 600) = 27.500 - 3.100 = 24.400, \qquad \pi_i = \frac{24.400}{3} \approx 8.133{,}33.$$

Resultado. Cártel: $Q = 50$ ($q_i \approx 16{,}67$), $P = 550$; $\pi_i \approx 8.133{,}33$ por empresa.



La intuición

Mira la progresión de los tres apartados: al pasar de competencia a Cournot y de Cournot a cártel, el precio sube ($50 \to 300 \to 550$), la cantidad baja ($100 \to 75 \to 50$) y el beneficio crece ($-200 \to 6.050 \to 8.133$). Competencia y monopolio (cártel) son los dos extremos; Cournot es el punto intermedio que aparece cuando hay pocas empresas que se hacen la competencia pero no llegan a comportarse como precio-aceptantes.

Ejercicio 16

Fuente: Galicia 2019, Opción B, Ejercicio 3 *Puntuación: 2 puntos*

La demanda de mercado de un bien es $X_d = 100 - p$, siendo p el precio de venta. En el mercado actúan dos empresas que producen con las funciones de costes $C_1 = 4x_1$ y $C_2 = 2x_2^2$, donde x_1 y x_2 indican la cantidad producida por las empresas 1 y 2.

a) Calcule el equilibrio en el modelo de Cournot y el beneficio de cada empresa.

b) Calcule el equilibrio en el modelo de Stackelberg si la empresa 2 actúa como seguidora, y el beneficio de cada empresa.

Solución

Demanda inversa $p = 100 - X$, con $X = x_1 + x_2$. Costes marginales: $CMg_1 = 4$ (constante) y $CMg_2 = 4x_2$ (creciente). *Tomamos la función de costes tal como figura en el enunciado, $C_2 = 2x_2^2$.*

a) Equilibrio de Cournot

Funciones de reacción:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = 96 - 2x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 48 - \tfrac{x_2}{2},$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial x_2} = 100 - x_1 - 6x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 100 - 6x_2.$$

Resolviendo:

$$x_2 = \frac{104}{11} \approx 9{,}45, \qquad x_1 = \frac{476}{11} \approx 43{,}27, \qquad X \approx 52{,}73, \qquad p = \frac{520}{11} \approx 47{,}27.$$

Beneficios:

$$\pi_1 = (p - 4)x_1 \approx 1.872{,}53, \qquad \pi_2 = p\,x_2 - 2x_2^2 \approx 268{,}17.$$

Resultado. Cournot: $x_1 \approx 43{,}27$, $x_2 \approx 9{,}45$, $p \approx 47{,}27$; $\pi_1 \approx 1.872{,}53$, $\pi_2 \approx 268{,}17$.

b) Equilibrio de Stackelberg (empresa 2 seguidora)

La empresa 1 es líder: anticipa la reacción de la seguidora $x_2 = \dfrac{100 - x_1}{6}$ y la incorpora a su demanda:

$$p = 100 - x_1 - \frac{100 - x_1}{6} = \frac{500 - 5x_1}{6}.$$

Maximiza $\pi_1 = \left(\dfrac{500 - 5x_1}{6}\right)x_1 - 4x_1$:

$$\frac{d\pi_1}{dx_1} = \frac{500 - 10x_1}{6} - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 47{,}6, \qquad x_2 = \frac{100 - 47{,}6}{6} \approx 8{,}73.$$

$$X \approx 56{,}33, \qquad p \approx 43{,}67, \qquad \pi_1 \approx 1.888{,}13, \qquad \pi_2 \approx 228{,}80.$$

Resultado. Stackelberg: $x_1 = 47{,}6$ (líder), $x_2 \approx 8{,}73$ (seguidora), $p \approx 43{,}67$; $\pi_1 \approx 1.888{,}13$, $\pi_2 \approx 228{,}80$.



La intuición

Compara con Cournot: el líder produce más (43,27 → 47,6) y gana más (1.872,5 → 1.888,1), mientras que la seguidora produce y gana menos (268,2 → 228,8). Es la ventaja del primer movimiento*: al comprometerse antes con una cantidad alta, el líder obliga a la rival a recortar. La clave es la credibilidad del compromiso; si la empresa 1 no pudiera "atarse las manos" produciendo primero, volveríamos al reparto de Cournot.*

7. Competencia en precios: el modelo de Bertrand

Ejercicio 17

Fuente: Bertrand frente a Cournot y monopolio *Puntuación: 2,5 puntos*

Dos empresas producen un bien homogéneo y se enfrentan a la demanda de mercado $Q = 120 - P$. Ambas tienen un coste marginal constante $c = 30$ y no hay límites de capacidad. A diferencia de Cournot, ahora las empresas fijan **precios** de forma simultánea y el consumidor compra a la más barata.

a) Halle el equilibrio de Bertrand (precio, cantidad y beneficios) y razone por qué es el único.

b) Compárelo con el monopolio y con el duopolio de Cournot.

c) Suponga ahora que la empresa 1 tiene un coste $c_1 = 30$ y la empresa 2 $c_2 = 40$. ¿Cuál es el resultado?

Solución

a) Equilibrio de Bertrand y la paradoja

El único equilibrio de Nash es $p_1^* = p_2^* = c = 30$, con beneficios nulos. La cantidad total es $Q = 120 - 30 = 90$, repartida entre las dos empresas.

¿Por qué? (demostración por contradicción). Si una empresa fijase un precio $p > c$, su rival podría fijar $p - \varepsilon$ (un céntimo menos), quedarse con *todo* el mercado y obtener un beneficio positivo. Por

tanto, ningún precio por encima del coste marginal puede ser equilibrio: siempre interesa rebajar un poco. El proceso de "pisar el precio" solo se detiene cuando $p = c$, donde ya no hay margen que arañar.

> **Resultado.** $p^* = c = 30$, $Q = 90$, $\Pi^* = 0$. Con solo dos empresas, la competencia en precios reproduce el resultado de competencia perfecta: es la **paradoja de Bertrand**.

b) Comparación de las tres estructuras

	Precio	Cantidad	Beneficio total
Monopolio	75	45	2.025
Cournot (duopolio)	60	60	1.800
Bertrand (duopolio)	30	90	0

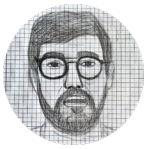
Monopolio: $\max(120-Q-30)Q \Rightarrow Q = 45$. Cournot simétrico: $q_i = (120-30)/3 = 30$, $Q = 60$, $\Pi_i = (60-30)30 = 900$.

> **Resultado.** Con el mismo número de empresas (dos), Cournot da un resultado intermedio y Bertrand el competitivo. La clave es la variable de decisión: competir en *cantidades* es mucho menos agresivo que competir en *precios*.

c) Costes asimétricos

Con $c_1 = 30 < c_2 = 40$, la empresa 1 puede fijar un precio justo por debajo del coste de la empresa 2 ($p_1 = 40 - \varepsilon$): a ese precio la empresa 2 no puede competir sin perder dinero, así que se retira. La empresa 1 se queda con todo el mercado: $Q = 120 - 40 = 80$ y un beneficio aproximado de $(40 - 30) \cdot 80 = 800$.

> **Resultado.** La empresa eficiente captura el mercado fijando como "precio límite" el coste del rival; la empresa 2 vende cero. El más eficiente gana, pero su margen lo marca el coste del competidor.



La intuición

Bertrand es la otra cara de Cournot, y la pregunta de fondo es: ¿compiten las empresas en cantidades o en precios? La respuesta cambia el mundo. Con cantidades (Cournot), nadie quiere inundar el mercado porque hundiría el precio, y queda algo de poder de mercado. Con precios y producto idéntico (Bertrand), basta una rebaja mínima para robar toda *la clientela, y esa tentación arrastra el precio hasta el coste: dos empresas bastan para un resultado casi competitivo. La paradoja es tan extrema que conviene explicar en clase por qué en la realidad no se cumple siempre: productos diferenciados, límites de capacidad o interacción repetida devuelven margen a las empresas. Justamente esas "vías de escape" son las que explican por qué el mundo real no es una sucesión de guerras de precios.*

Ejercicio 18

Fuente: Bertrand con productos diferenciados y liderazgo en precios (elaboración propia) Puntuación: 2,5 puntos

Dos marcas de refrescos compiten en precios. Los consumidores no las consideran idénticas, de modo que cada una conserva parte de su clientela cuando es más cara que la rival. Las demandas son $q_1 = 20 - 2p_1 + p_2$ y $q_2 = 20 - 2p_2 + p_1$, y las dos producen con un coste marginal constante $c = 2$ y sin costes fijos.

a) Obtenga las funciones de reacción en precios y el equilibrio de Nash (precios, cantidades y beneficios). Represente las funciones de reacción.

b) Si las dos marcas pactan un precio común que maximiza el beneficio conjunto, ¿qué precio fijan y cuánto gana cada una? ¿Tiene alguna un incentivo a romper el pacto?

c) Suponga que la marca 1 anuncia su precio antes y la marca 2 responde (liderazgo en precios). Calcule el equilibrio y compare los beneficios con los del apartado a).

d) Compare con el modelo de Bertrand con producto homogéneo del ejercicio anterior y explique por qué la diferenciación "suaviza" la competencia en precios.

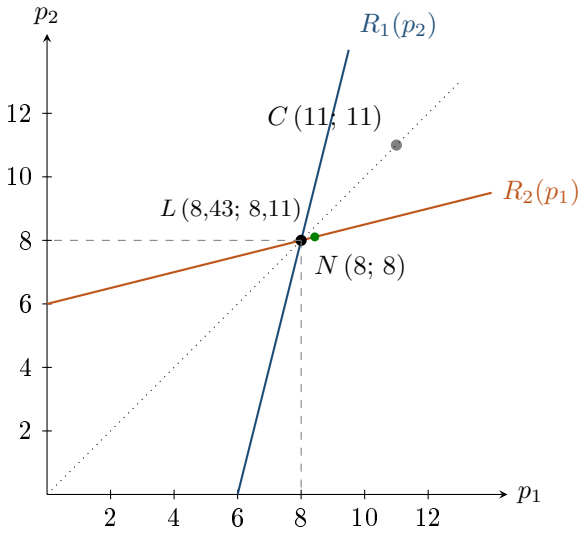
Solución

a) Funciones de reacción y equilibrio de Nash

El beneficio de la marca 1 es $\pi_1 = (p_1 - 2)(20 - 2p_1 + p_2)$. La condición de primer orden respecto a p_1:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 20 - 2p_1 + p_2 - 2(p_1 - 2) = 24 - 4p_1 + p_2 = 0 \;\Rightarrow\; p_1 = 6 + \tfrac{1}{4}\,p_2.$$

Por simetría, $p_2 = 6 + \frac{1}{4}\,p_1$. Las funciones de reacción tienen **pendiente positiva**: si la rival sube su precio, a mí me interesa subir el mío (los precios son *complementos estratégicos*; en Cournot las cantidades son sustitutos estratégicos y las reacciones son decrecientes). Resolviendo el sistema: $p = 6 + p/4 \Rightarrow p_1^* = p_2^* = 8$. Cantidades: $q_i = 20 - 16 + 8 = 12$; beneficios: $\pi_i = (8 - 2) \cdot 12 = 72$.



Resultado. R_1: $p_1 = 6 + p_2/4$; R_2: $p_2 = 6 + p_1/4$. Nash: $p_1 = p_2 = 8$, $q_i = 12$, $\pi_i = 72$. Las reacciones son crecientes: los precios son complementos estratégicos.

b) Colusión e incentivo a desviarse

Con un precio común p, cada marca vende $q = 20 - 2p + p = 20 - p$ y el beneficio conjunto es $\Pi = 2(p-2)(20-p)$. Maximizando: $20 - p - (p-2) = 0 \Rightarrow p^C = 11$, $q_i = 9$, $\pi_i = (11-2)\cdot 9 = 81 > 72$. Pero si la marca 2 mantiene 11, la mejor respuesta de la marca 1 es $p_1 = 6 + 11/4 = 8{,}75$, con $q_1 = 20 - 17{,}5 + 11 = 13{,}5$ y $\pi_1 = 6{,}75 \cdot 13{,}5 = 91{,}125 > 81$: el pacto no es un equilibrio de Nash, cada una quiere rebajar.

Resultado. Colusión: $p = 11$, $q_i = 9$, $\pi_i = 81$. Desviación óptima: $p_1 = 8{,}75$ con $\pi_1 = 91{,}125$. El cártel es inestable (dilema del prisionero).

c) Liderazgo en precios (Stackelberg en precios)

La líder incorpora la reacción de la seguidora, $p_2 = 6 + p_1/4$, en su demanda: $q_1 = 20 - 2p_1 + 6 + p_1/4 = 26 - 1{,}75\,p_1$, y maximiza $\pi_1 = (p_1 - 2)(26 - 1{,}75p_1)$:

$$26 - 1{,}75p_1 - 1{,}75(p_1 - 2) = 0 \;\Rightarrow\; 3{,}5\,p_1 = 29{,}5 \;\Rightarrow\; p_1^L = 8{,}43; \qquad p_2^F = 6 + 8{,}43/4 = 8{,}11.$$

Cantidades: $q_1 = 20 - 16{,}86 + 8{,}11 = 11{,}25$; $q_2 = 20 - 16{,}21 + 8{,}43 = 12{,}21$. Beneficios: $\pi_1 = 6{,}43 \cdot 11{,}25 = 72{,}32$; $\pi_2 = 6{,}11 \cdot 12{,}21 = 74{,}59$. Los dos mejoran respecto al Nash simultáneo (72), pero **la seguidora gana más que la líder**: ventaja del segundo movimiento. Al contrario que en Stackelberg en cantidades, donde el líder gana más.

Resultado. Líder $p_1 = 8{,}43$, seguidora $p_2 = 8{,}11$; $\pi_1 = 72{,}32 < \pi_2 = 74{,}59$. Con complementos estratégicos conviene mover segundo: el líder sube el precio para inducir a la rival a subir el suyo, y la rival se queda ligeramente por debajo.

d) Por qué la diferenciación suaviza la competencia

Con producto homogéneo (ejercicio anterior) una rebaja mínima roba toda la demanda, así que el único equilibrio es $p = c$ y beneficio cero. Con producto diferenciado una rebaja solo atrae parte de la clientela ($\partial q_1/\partial p_2 = 1 < 2 = |\partial q_1/\partial p_1|$): el incentivo a pisar el precio se agota antes de llegar al coste marginal y las empresas conservan un margen ($p = 8 > c = 2$). Cuanto más sustitutivos sean los productos (mayor efecto cruzado), más cerca estarán los precios del coste.

Resultado. La diferenciación convierte la paradoja de Bertrand en un equilibrio con margen positivo: $p^* = 8$, $\pi_i = 72$, frente a $p = c = 2$ y $\pi = 0$ con producto homogéneo.



La intuición

Este ejercicio junta tres ideas que el tribunal valora en el tema de oligopolio. Primera: la variable estratégica importa; en precios con diferenciación las reacciones son crecientes y por eso el equilibrio se parece a una "escalera" de subidas mutuas, no a una guerra. Segunda: el cártel siempre tienta y siempre se rompe, sea en cantidades o en precios. Tercera, y es la más fina: quién gana por mover primero depende de si las decisiones son sustitutos o complementos estratégicos. En Cournot, el líder se compromete a producir mucho y el seguidor se encoge; en Bertrand diferenciado, el líder sube el precio y el seguidor aprovecha quedándose un poco más barato. Es la razón por la que las marcas prefieren que sea la competencia quien anuncie primero su subida.

8. Aplicación integrada: el caso del cava (monopsonio y liderazgo)

Ejercicio 19

Fuente: Oposiciones Cataluña 2020, Opción A (cuestiones) *Puntuación: Razonado*

En una comarca con gran actividad vitivinícola conviven muchos pequeños productores de uva y pequeñas bodegas, pero dos empresas dominan, entre ambas, el 90% de la producción de cava.

1. Razone cómo sería el análisis económico de una empresa que se encuentra en situación de **monopsonio** respecto a los productores de uva para comprar al mejor precio.
2. Explique cómo serían las decisiones de las dos empresas que dominan la producción de cava según el equilibrio de **Cournot** (sin colusión).
3. Explique cómo serían las decisiones si una se considera líder y la otra seguidora (modelo de **Stackelberg**).

Solución

1) La bodega como monopsonio en el mercado de uva

Si una sola bodega es la *única compradora* de uva frente a muchos productores pequeños, se enfrenta a una curva de oferta del factor con pendiente positiva: para comprar más uva debe pagar un precio mayor a *todos* los proveedores. Por eso el **coste marginal del factor** (CMF) está *por encima* de la curva de oferta (que coincide con el coste medio del factor). El monopsonista compra hasta igualar el valor que le aporta la última unidad de uva (su ingreso del producto marginal) con ese coste marginal del factor, y *paga* el precio que marca la curva de oferta para esa cantidad. Resultado: compra **menos** uva y paga un precio **más bajo** que en competencia. Es la imagen especular del monopolio: poder de mercado, pero del lado del comprador.

2) Las dos bodegas en competencia de Cournot

Sin acuerdo, cada bodega decide su volumen de cava tomando como dado el de la rival. Cada una tiene una *función de reacción* (su mejor respuesta a la cantidad de la otra) y el equilibrio se da donde ambas se cruzan. El resultado es intermedio entre monopolio y competencia: producción total mayor y precio menor que si se repartieran el mercado como un único monopolio, pero con

precio por encima del coste marginal y beneficios positivos. Ninguna tiene incentivo a moverse unilateralmente de esa cantidad.

3) Liderazgo de Stackelberg

Si una bodega actúa primero (líder) y la otra reacciona (seguidora), la líder incorpora la función de reacción de la rival a su propia decisión y se *compromete* con una producción mayor. Gana así una ventaja de primer movimiento: produce y gana más que en Cournot, mientras que la seguidora se ve forzada a producir y ganar menos. La producción total es algo mayor y el precio algo menor que en Cournot.



La intuición

Lo bonito de este caso es que la misma empresa tiene poder de mercado por los dos lados: como compradora *de uva (monopsonio) y como* vendedora *de cava (oligopolio). Monopsonio y monopolio son simétricos: uno restringe las compras para pagar menos, el otro restringe las ventas para cobrar más. Y al pasar de Cournot a Stackelberg, lo que cambia no son los costes ni la demanda, sino* quién mueve primero*: comprometerse antes vale dinero.*

9. Teoría de juegos

Ejercicio 20

Fuente: Interacción estratégica (forma normal) *Puntuación: 2 puntos*

Dos empresas que comparten un mercado deciden simultáneamente fijar un precio *alto* o un precio *bajo*. Los beneficios (en millones de €) son:

		Empresa 2	
		Precio alto	Precio bajo
Empresa 1	Precio alto	(8, 8)	(2, 10)
	Precio bajo	(10, 2)	(4, 4)

Identifique las estrategias dominantes y el equilibrio de Nash. ¿Qué tipo de juego es?

Solución

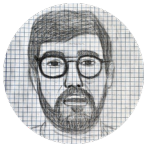
Estrategias dominantes

Para la Empresa 1, comparamos sus dos filas ante cada decisión de la rival: si la 2 pone precio alto, la 1 gana 10 con precio bajo frente a 8 con alto; si la 2 pone precio bajo, gana 4 frente a 2. En ambos casos le conviene el **precio bajo**: es una estrategia *dominante*. Por simetría, también lo es para la Empresa 2.

Equilibrio de Nash

Como ambas tienen una estrategia dominante, el único equilibrio de Nash es (*precio bajo*, *precio bajo*), con beneficios $(4, 4)$.

> **Resultado.** Equilibrio de Nash: ambas ponen precio bajo y ganan 4 cada una, pese a que coordinándose en precio alto ganarían 8 cada una. Es un **dilema del prisionero**.



La intuición

Este es el esqueleto de toda guerra de precios (y de la dificultad de sostener un cártel). Cada empresa, mirando solo su interés, baja el precio porque le conviene haga lo que haga la otra; pero cuando ambas razonan igual, terminan en el peor resultado conjunto. El óptimo colectivo (precio alto, 8 y 8) existe, pero no es estable: cualquiera gana desviándose. Por eso los acuerdos para mantener precios altos necesitan algo que los haga creíbles —castigos, repetición, vigilancia—; si no, el equilibrio de Nash manda.

Ejercicio 21

Fuente: Equilibrio en estrategias mixtas *Puntuación: 2 puntos*

Dos empresas valoran entrar en un nicho que solo es rentable para una de ellas. Deciden simultáneamente *entrar* o *no entrar*, con estos beneficios:

		Empresa 2	
		Entrar	No entrar
Empresa 1	Entrar	$(-1,\ -1)$	$(3,\ 0)$
	No entrar	$(0,\ 3)$	$(0,\ 0)$

Halle todos los equilibrios de Nash (en estrategias puras y mixtas).

Solución

Equilibrios en estrategias puras

Si una entra, a la otra le conviene no entrar ($0 > -1$); si una no entra, a la otra le conviene entrar ($3 > 0$). Hay, por tanto, **dos equilibrios puros**: (*Entrar*, *No entrar*) y (*No entrar*, *Entrar*).

Equilibrio en estrategias mixtas

Sea q la probabilidad de que la rival entre. Una empresa estará dispuesta a aleatorizar solo si le es indiferente entrar o no:

$$\underbrace{q(-1)+(1-q)(3)}_{E[\text{Entrar}]} = \underbrace{0}_{E[\text{No entrar}]} \Rightarrow\ 3-4q=0\ \Rightarrow\ q=0{,}75.$$

Resultado. Equilibrio mixto: cada empresa entra con probabilidad 0,75. Hay tres equilibrios de Nash en total (dos puros y uno mixto).



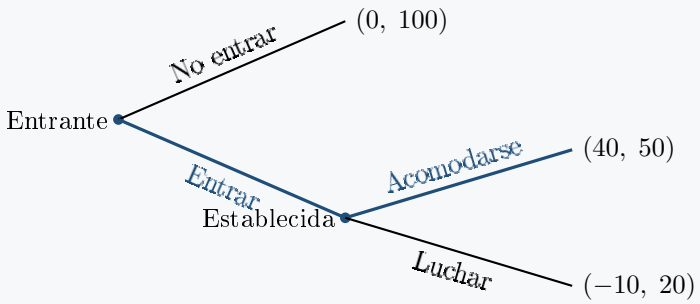
La intuición

Cuando no hay un equilibrio en el que cada uno "sabe qué hacer", la teoría predice que jugarán al azar de forma calculada. La clave es que cada empresa elige su probabilidad para dejar indiferente *a la rival: ni le regala el mercado ni se lo disputa siempre. El precio de esa descoordinación es visible: con probabilidad* $0{,}75^2 \approx 0{,}56$ *ambas entran y pierden. Es el mismo patrón de los juegos de "gallina" o de la elección de quién cede.*

Ejercicio 22

Fuente: Juego secuencial: disuasión de entrada *Puntuación: 2 puntos*

Una empresa *entrante* decide si entrar en un mercado. Si no entra, la *establecida* mantiene su monopolio. Si entra, la establecida decide entre *luchar* (guerra de precios) o *acomodarse* (repartir el mercado). Los pagos (entrante, establecida) figuran en el árbol. Resuelva por inducción hacia atrás y discuta la credibilidad de la amenaza de luchar.



Solución

Inducción hacia atrás

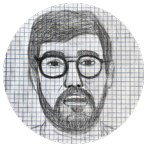
Empezamos por la última decisión. *Si la entrante ha entrado*, la establecida compara acomodarse (50) con luchar (20): elige **acomodarse**. Anticipándolo, la entrante compara entrar (40, porque sabe que la rival se acomodará) con no entrar (0): elige **entrar**.

> **Resultado.** Equilibrio perfecto en subjuegos: (*Entrar*, *Acomodarse*), con pagos $(40, 50)$.

Credibilidad de la amenaza

La establecida podría amenazar con "luchar si entras" para disuadir. Pero esa amenaza **no es creíble**: llegado el momento, luchar le da 20 y acomodarse 50, así que no la cumpliría. La entrante lo sabe y entra igualmente.

> **Resultado.** La amenaza de guerra de precios no es creíble; para disuadir de verdad, la establecida necesitaría *comprometerse* de antemano (exceso de capacidad, reputación), cambiando los pagos del juego.



La intuición

La gran lección de los juegos secuenciales es que no toda amenaza vale: solo las que uno cumpliría llegado el momento. La inducción hacia atrás —mirar el final y razonar hacia atrás— filtra las amenazas vacías, como aquí la de luchar. Por eso en la realidad las empresas establecidas invierten en cosas que parecen irracionales (capacidad ociosa, fama de agresivas): no por el gusto de luchar, sino para que su amenaza sea *creíble y la entrada deje de ser rentable para el rival.*

10. Externalidades y fallos de mercado

Ejercicio 23

Fuente: Externalidad negativa e impuesto pigouviano *Puntuación: 2,5 puntos*

En el mercado de un bien, la demanda (que coincide con el beneficio marginal social) es $P = 130 - Q$ y el coste marginal privado de las empresas es $CMg_p = 10 + Q$. La producción genera además una contaminación cuyo coste externo marginal es $CEM = Q$.

a) Calcule el equilibrio de mercado (sin regular).

b) Calcule el óptimo social.

c) Determine el impuesto pigouviano que corrige la externalidad.

d) Calcule la pérdida de eficiencia del mercado no regulado.

Solución

a) Equilibrio de mercado

El mercado iguala demanda y coste marginal *privado* (ignora el daño externo): $130 - Q = 10 + Q \Rightarrow Q_p = 60$, $P_p = 70$.

> **Resultado.** $Q_p = 60$, $P_p = 70$.

b) Óptimo social

El coste marginal social incorpora el daño: $CMg_s = CMg_p + CEM = 10 + 2Q$. El óptimo iguala demanda y coste marginal *social*: $130 - Q = 10 + 2Q \Rightarrow Q_s = 40$, $P_s = 90$.

> **Resultado.** $Q_s = 40$, $P_s = 90$. El mercado produce de más ($60 > 40$): toda externalidad negativa lleva a sobreproducción.

c) Impuesto pigouviano

El impuesto óptimo iguala el coste externo marginal en el óptimo social: $t = CEM(Q_s) = 40$. Con él, el coste privado pasa a $CMg_p + t = 50 + Q$ y el mercado produce $Q = 40$ (el consumidor paga 90 y el productor recibe 50).

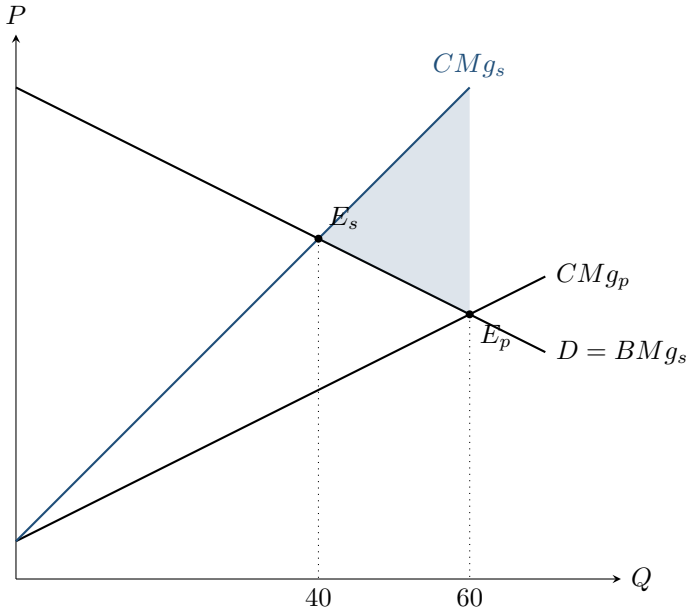
> **Resultado.** Impuesto pigouviano $t = 40$ €/unidad: "internaliza" el daño y lleva el mercado al óptimo social.

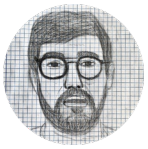
d) Pérdida de eficiencia

Entre $Q_s = 40$ y $Q_p = 60$ cada unidad cuesta a la sociedad más de lo que vale ($CMg_s >$ demanda). La pérdida es el triángulo:

$$\text{PE} = \tfrac{1}{2}(60-40)\big(CMg_s(60) - \text{demanda}(60)\big) = \tfrac{1}{2}\cdot 20 \cdot (130-70) = 600.$$

Resultado. Pérdida de eficiencia $= 600$ €.





La intuición

Una externalidad es un coste (o beneficio) que recae sobre terceros y que el mercado no "ve" en su precio. Cuando contamina, la empresa solo paga su coste privado, así que produce hasta donde a ella *le compensa, no hasta donde le compensa a la* sociedad*: por eso hay sobreproducción y un triángulo de bienestar perdido. La idea de Pigou es elegante: si el problema es que el daño no está en el precio, pongámoslo con un impuesto igual al daño marginal. Así la empresa "internaliza" lo que antes ignoraba y, sin necesidad de prohibir nada, el propio mercado se desplaza al óptimo social. Conviene contrastarlo en clase con la alternativa de Coase (asignar derechos de propiedad y dejar negociar), que llega al mismo sitio por otra vía cuando los costes de transacción son bajos.*

11. Examen oficial: Madrid 2023 (Reposición), Bertrand con costes distintos

Ejercicio 24

Fuente: Madrid 2023 (Reposición), Ejercicio 1 *Puntuación: 1,75 puntos*

Dos empresas producen balones idénticos. La empresa A tiene un coste unitario $c_A = 8$ y la empresa B un coste unitario $c_B = 6$. La demanda del mercado es $p = 12 - Q/2$, donde p es el precio y Q las ventas totales.

a) Obtenga y represente en un mismo gráfico las funciones de reacción de A y de B, sabiendo que compiten en precios (0,5 puntos).

b) Determine de forma razonada el equilibrio de Nash y los beneficios asociados (0,5).

c) Si la empresa B desarrolla una tecnología que reduce su coste unitario en 4 unidades, ¿qué ocurre con el equilibrio de Nash y con los beneficios? (0,75)

Solución

a) Funciones de reacción en precios

Con producto homogéneo, quien fija el precio más bajo se lleva todo el mercado ($Q = 24 - 2p$); a igualdad de precio se reparten la demanda. Cada empresa tiene un *precio de monopolio*, el que fijaría si estuviera sola:

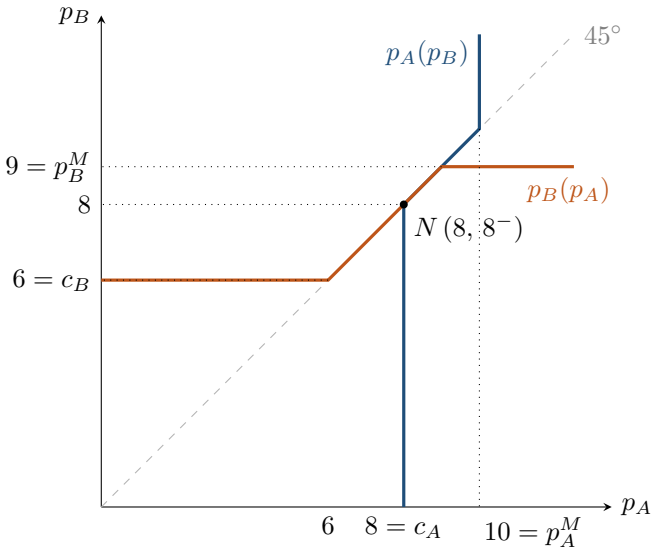
$$\pi_A = (p-8)(24-2p) \;\Rightarrow\; \frac{d\pi_A}{dp} = 40 - 4p = 0 \;\Rightarrow\; p_A^M = 10,$$

$$\pi_B = (p-6)(24-2p) \;\Rightarrow\; \frac{d\pi_B}{dp} = 36 - 4p = 0 \;\Rightarrow\; p_B^M = 9.$$

La mejor respuesta de cada una al precio de la rival tiene tres tramos:

$$p_A(p_B) = \begin{cases} 10 & \text{si } p_B > 10 \text{ (cobra su precio de monopolio)} \\ p_B - \varepsilon & \text{si } 8 < p_B \leq 10 \text{ (rebaja un poco a la rival)} \\ 8 & \text{si } p_B \leq 8 \text{ (no puede rebajar sin perder dinero)} \end{cases}$$

$$p_B(p_A) = \begin{cases} 9 & \text{si } p_A > 9 \\ p_A - \varepsilon & \text{si } 6 < p_A \leq 9 \\ 6 & \text{si } p_A \leq 6 \end{cases}$$



En el gráfico, la función de reacción de A (azul) es vertical en $p_A = 8$ mientras la rival cobre 8 o menos, sigue la diagonal (justo por debajo de ella) entre 8 y 10 y vuelve a ser vertical en 10; la de B (naranja) es horizontal en 6, sigue la diagonal entre 6 y 9 y se hace horizontal en 9.

b) Equilibrio de Nash

Las dos funciones se cortan en $p_A = 8$ y $p_B = 8^-$ (es decir, $8-\varepsilon$: B rebaja mínimamente a A). Razonamiento: B querría cobrar su precio de monopolio 9, pero a cualquier precio por encima de 8 a A le compensa rebajarlo; A, en cambio, no puede bajar de 8 sin perder dinero. Así que B fija el precio *límite* $p = 8$ y se queda con todo el mercado, y A, aunque cobre 8, no vende (o vende con beneficio cero). Nadie quiere desviarse: A no puede ganar con ningún precio y B perdería el mercado si subiera o margen si bajara.

$$Q = 24 - 2 \cdot 8 = 8, \qquad \pi_B = (8-6)\cdot 8 = \mathbf{16}, \qquad \pi_A = \mathbf{0}.$$

> **Resultado.** $p^* = 8$ (B cobra 8^- y abastece todo el mercado), $Q^* = 8$, $\pi_B = 16$, $\pi_A = 0$. Con costes distintos, Bertrand no lleva al precio igual al coste marginal: el precio se fija en el coste de la empresa *menos* eficiente y la más eficiente gana una renta.

c) Innovación de B: su coste baja a 2

El nuevo precio de monopolio de B es

$$\pi_B = (p-2)(24-2p) \;\Rightarrow\; 28 - 4p = 0 \;\Rightarrow\; p_B^M = 7 < 8 = c_A.$$

Como su precio de monopolio queda por debajo del coste de A, B ya no está condicionada por la rival: cobra 7 y A no puede responder (perdería dinero a cualquier precio menor que 8). La innovación es *drástica* en el sentido de Arrow: convierte a B en monopolista efectivo.

$$Q = 24 - 2 \cdot 7 = 10, \qquad \pi_B = (7-2)\cdot 10 = \mathbf{50}, \qquad \pi_A = 0.$$

El equilibrio de Nash pasa de $(8, 8^-)$ a $(p_A \geq 8,\; p_B = 7)$; el precio baja de 8 a 7, la cantidad sube de 8 a 10 y el excedente del consumidor pasa de $\frac{1}{2}\cdot 8 \cdot (12-8) = 16$ a $\frac{1}{2}\cdot 10 \cdot (12-7) = 25$. El beneficio de B se triplica (de 16 a 50): parte por el ahorro de costes y parte por poder fijar libremente el precio.

> **Resultado.** $p^* = 7$, $Q^* = 10$, $\pi_B = 50$, $\pi_A = 0$: B deja de estar limitada por A y actúa como monopolio; precio menor, cantidad mayor y consumidores mejor que antes de la innovación.



La intuición

El modelo de Bertrand con costes iguales produce la paradoja de que dos empresas bastan para llegar al precio competitivo. Madrid 2023 pregunta por la versión realista: costes distintos. La empresa barata no puede cobrar lo que quiera; cobra justo lo necesario para que a la cara no le compense entrar, y eso le deja una renta de eficiencia. Si la ventaja de costes crece lo bastante como para que su precio de monopolio quede por debajo del coste de la rival, la competencia deja de morderle y se comporta como un monopolio, pero un monopolio que vende más barato que el duopolio anterior. Dibuja las funciones de reacción con sus tres tramos: es lo que distingue una respuesta de 0,5 de una de 0.