Formulario Ecorami

Bloque 7 · Estadística y números índice

Índices simples y complejos, IPC y deflactación, tasas de variación y crecimiento acumulativo, descriptiva, regresión e indicadores sociales · Material de autoestudio para la oposición 590

Mapa del bloque: qué cae en la oposición

Tema	Prioridad	Cómo aparece en el examen
Deflactor, PIB real y tasa de inflación	★★★	Con tablas de cantidades y precios (Madrid 2018, Madrid 2023); tipo de interés real
Tasa media acumulativa y convergencia	★★★	Años para alcanzar una renta (Galicia 2019); crecimiento medio
Deflactar salarios y poder adquisitivo	★★	Salario real, pérdida de poder adquisitivo
Índices simples, cambio de base y enlace	★★	Series del INE con distinta base
Laspeyres y Paasche	★★	Encarecimiento de una cesta; sesgos del IPC
Renta equivalente y AROPE	★★	Escala OCDE modificada y umbral de pobreza (Murcia 2021)
Media, varianza, CV	★	Comparar dispersión y riesgo relativo
Correlación y regresión	★	Recta, predicción y R^2

1. Números índice

Índices simples, cambio de base y enlace de series ★★

$$I_{t/0} = \frac{X_t}{X_0} \cdot 100; \qquad I_{t/0'} = \frac{I_{t/0}}{I_{0'/0}} \cdot 100; \qquad \text{enlace: } I_t^{\text{vieja}} = I_t^{\text{nueva}} \cdot \frac{I_c^{\text{vieja}}}{100}$$

Qué es: una regla de tres con el periodo base en 100; cambiar de base es dividir por el valor del nuevo año base; enlazar es pegar dos series por su periodo común c.

Dónde: X_t valor de la variable; 0 base antigua; $0'$ nueva; c periodo de solape.

Sirve para: series de ventas o precios con base distinta; leer «cuánto ha subido desde la base» como $I - 100$.

Ejemplo rápido: $200, 240, 260$: índices $100, 120, 130$; base 2021: $83{,}33, 100, 108{,}33$. Serie vieja 115 en 2020 y nueva 104 en 2021: enlazada 119,6.

Ojo (trampa de examen): la variación entre dos años no base es $I_t/I_{t-1} - 1$, no la diferencia de índices.

Laspeyres, Paasche y deflactor ★★

$$L_p = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot 100; \qquad P_p = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_t} \cdot 100; \qquad F = \sqrt{L \cdot P}$$

$$\text{Deflactor} = \frac{PIB_{\text{nominal}}}{PIB_{\text{real}}} \cdot 100; \qquad \pi = \frac{D_t}{D_{t-1}} - 1; \qquad (1+i) = (1+r)(1+\pi)$$

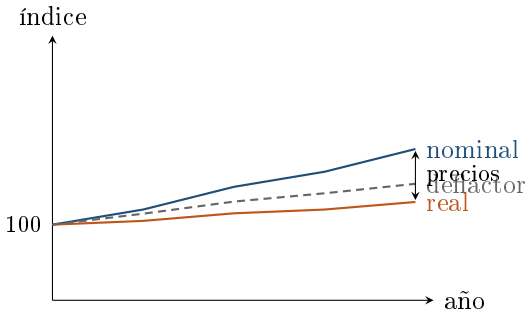
Qué es: índices de precios con cantidades fijas del año base (Laspeyres, el IPC) o del año corriente (Paasche, el deflactor del PIB); Fisher es su media geométrica.

Dónde: p, q precios y cantidades; el PIB real se valora a precios del año base; i nominal, r real.

Sirve para: Madrid 2018: PIB nominal 3.501, real 3.270, deflactor 107,06, inflación 7,06%, tipo real $1{,}10/1{,}0706 - 1 = 2{,}74\%$; Madrid 2023: deflactores del PIB, consumo e inversión.

Ejemplo rápido: cesta A ($2 \to 3$ €, $10 \to 8$ uds) y B ($4 \to 5$, $5 \to 6$): $L = 137{,}5$; $P = 135$.

Ojo (trampa de examen): Laspeyres sobreestima la inflación (ignora la sustitución) y Paasche la subestima. El tipo real aproximado $i - \pi$ solo vale para tasas pequeñas.



Cómo leerlo: el nominal crece por cantidades y por precios; el real solo por cantidades; el deflactor recoge la diferencia. Deflactar es dividir el nominal entre el índice de precios (y multiplicar por 100).

2. Deflactación, tasas y crecimiento

Salario real, tasas de variación y tasa media acumulativa ★★★

▶ **Derivación**

Si $X_n = X_0(1+g)^n$, entonces $g = (X_n/X_0)^{1/n} - 1$ (media geométrica de los factores de crecimiento).

$$X_t^{\text{real}} = \frac{X_t^{\text{nominal}}}{IPC_t} \cdot 100; \qquad \tau_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}; \qquad TMA = \left(\frac{X_n}{X_0}\right)^{1/n} - 1$$

$$\text{años para alcanzar } Y: \; n = \frac{\ln(Y/X_0)}{\ln(1+g)}; \qquad \text{convergencia: } X_0(1+g_X)^n = Y_0(1+g_Y)^n \Rightarrow n = \frac{\ln(Y_0/X_0)}{\ln\frac{1+g_X}{1+g_Y}}$$

Qué es: quitar la inflación a una magnitud nominal; medir el ritmo de crecimiento anual constante equivalente; proyectar cuántos años tarda una economía en alcanzar a otra.

Dónde: g tasa media acumulativa; n número de periodos; si $g_X \leq g_Y$ nunca converge.

Sirve para: Galicia 2019: PIBpc España 22.234 → 24.085 y UE 29.500 → 31.800 en 4 años: $g_E = 2{,}02\%$, $g_{UE} = 1{,}90\%$; alcanzar 31.800 desde 24.085: 13,9 años; convergencia total desde 2012: $\ln(29.500/22.234)/\ln(1{,}0202/1{,}0190) \approx 231$ años.

Ejemplo rápido: salario 20.000 → 21.000 con IPC 100 → 108: real 19.444: pierde 2,78%. PIB 1.000 → 1.300 en 5 años: $TMA = 5{,}39\%$ (no 6%).

Ojo (trampa de examen): promediar tasas con la media aritmética es un error: el crecimiento se acumula. Nominal ↑ no implica real ↑.

Renta equivalente, umbral de pobreza y AROPE ★★

$$UC = 1 + 0{,}5\,(\text{adultos} - 1) + 0{,}3\,(\text{menores de 14}); \qquad \text{Renta eq.} = \frac{\text{Renta del hogar}}{UC}; \qquad \text{Umbral} = 0{,}6 \cdot \text{mediana}$$

Qué es: la escala OCDE modificada reparte la renta del hogar entre «adultos equivalentes»; AROPE es la población que cumple al menos uno de: riesgo de pobreza ($< 60\%$ de la mediana), carencia material severa, baja intensidad de trabajo ($< 20\%$).

Dónde: mediana de la renta equivalente nacional (INE, Encuesta de Condiciones de Vida); el umbral es relativo.

Sirve para: Murcia 2021: dos adultos y niños de 5 y 12 años con 18.000: $UC = 2{,}1$; renta eq. $8.571 < 9.009$: AROPE. Relacionar con la Agenda 2030 (ODS 1 y 10) y Europa 2020.

Ejemplo rápido: un adulto solo con 10.000: renta eq. $10.000 > 9.009$: no está en riesgo de pobreza.

Ojo (trampa de examen): la pobreza relativa se mide respecto a la mediana, no a la media: si todos duplican su renta, la tasa no cambia.

3. Descriptiva y regresión

Media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación ★

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{N}; \qquad \sigma^2 = \frac{\sum f_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2; \qquad CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

Qué es: centro y dispersión de una distribución; el CV hace comparable la dispersión entre variables de distinta escala (riesgo por unidad de rentabilidad).

Dónde: f_i frecuencias; $N = \sum f_i$; σ desviación típica.

Sirve para: incidencias $1(2), 2(5), 3(8), 4(3), 5(2)$: $\bar{x} = 2{,}9$, $\sigma = 1{,}091$, $CV = 37{,}6\%$; carteras: $CV_A = 2/8 = 25\%$ frente a $CV_B = 3/15 = 20\%$: A relativamente más arriesgada.

Ejemplo rápido: misma σ con media doble: la mitad de CV.

Ojo (trampa de examen): la varianza por la fórmula abreviada requiere $\sum f_i x_i^2$, no $(\sum f_i x_i)^2$.

Covarianza, correlación y recta de regresión ★

$$S_{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{N} - \bar{x}\bar{y}; \qquad r = \frac{S_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}; \qquad b = \frac{S_{xy}}{\sigma_x^2}; \qquad a = \bar{y} - b\bar{x}; \qquad R^2 = r^2$$

Qué es: la recta $\hat{y} = a + bx$ que minimiza los errores al cuadrado; $r \in [-1, 1]$ mide fuerza y signo de la relación lineal; R^2, la proporción de varianza explicada.

Dónde: b pendiente (efecto de una unidad más de x); a ordenada; predicción $\hat{y}(x_0)$.

Sirve para: publicidad y ventas $(1,2),(2,3),(3,5),(4,4),(5,6)$: $S_{xy}=1{,}8$, $\sigma_x^2=\sigma_y^2=2$, $r=0{,}9$, $\hat{y}=1{,}3+0{,}9x$, $\hat{y}(6)=6{,}7$, $R^2=0{,}81$.

Ejemplo rápido: la recta pasa siempre por $(\bar{x},\bar{y})$.

Ojo (trampa de examen): correlación no implica causalidad; extrapolar fuera del rango observado es arriesgado.

Chuleta de Estadística e índices

Concepto	Fórmula	Cuándo
Índice simple	$X_t/X_0\cdot 100$; cambio de base: dividir por el nuevo base	series
Laspeyres / Paasche	$\sum p_tq_0/\sum p_0q_0$; $\sum p_tq_t/\sum p_0q_t$	IPC / deflactor
Deflactor e inflación	nominal/real·100; $\pi=D_t/D_{t-1}-1$	PIB
Tipo real	$r=(1+i)/(1+\pi)-1$	Fisher
Deflactar	nominal/$IPC\cdot 100$	salario real
TMA	$(X_n/X_0)^{1/n}-1$	crecimiento medio
Alcanzar / converger	$n=\ln(Y/X_0)/\ln(1+g)$; $n=\ln(Y_0/X_0)/\ln\frac{1+g_X}{1+g_Y}$	Galicia 2019
Renta equivalente	renta/UC; umbral 0,6·mediana	AROPE
Dispersión	$\sigma^2=\sum fx^2/N-\bar{x}^2$; $CV=\sigma/\bar{x}$	riesgo relativo
Regresión	$b=S_{xy}/\sigma_x^2$; $a=\bar{y}-b\bar{x}$; $r=S_{xy}/(\sigma_x\sigma_y)$	predicción

Compruébate

1. PIB nominal 2.200, PIB real 2.000 (base año anterior, deflactor 100): ¿inflación? Si $i=5\%$, ¿tipo real?
2. Un salario pasa de 24.000 a 25.000 con IPC de 100 a 106: ¿salario real y variación del poder adquisitivo?
3. Una magnitud pasa de 500 a 800 en 8 años: ¿TMA? ¿Cuántos años tardaría en llegar a 1.000 a ese ritmo?
4. Hogar de un adulto y un niño de 10 años con 12.000 € y mediana 15.000: ¿renta equivalente? ¿riesgo de pobreza?
5. Datos $x=(1,2,3)$, $y=(2,4,7)$: ¿pendiente de la recta de regresión y r?

Respuestas: (1) deflactor 110: $\pi=10\%$; $r=1{,}05/1{,}10-1=-4{,}5\%$. (2) $25.000/1{,}06=23.585$: pierde 1,73%. (3) $TMA=(1{,}6)^{1/8}-1=6{,}05\%$; $n=\ln(1{,}25)/\ln(1{,}0605)=3{,}8$ años. (4) $UC=1{,}3$; renta eq. 9.231 frente a umbral 9.000: no está en riesgo de pobreza (por poco). (5) $\bar{x}=2$, $\bar{y}=4{,}33$; $S_{xy}=(2+8+21)/3-8{,}67=1{,}67$; $\sigma_x^2=0{,}667$: $b=2{,}5$; $\sigma_y^2=23-18{,}78=4{,}22$: $r=1{,}67/\sqrt{0{,}667\cdot 4{,}22}=0{,}995$.