PLANTILLA · LA SENDA DE PRECIOS

Datos. demanda _____ · precio de hoy _____ · tipo de interés _____

1. **Senda del precio.** $p_t = p_0\, e^{rt} =$ _____.

2. **Precio de sustitución**, el de demanda cero o el del sustituto. $p_s =$ _____.

3. **Periodo de extracción.** $T = \dfrac{1}{r} \ln \dfrac{p_s}{p_0} =$ _____.

4. **Stock.** Con $Z_t = a - b\, e^{rt}$, $S = aT - \dfrac{b}{r}\left(\dfrac{p_s}{p_0} - 1\right) =$ _____.

5. **Si cambia un dato**, vuelve a la línea 3. Con $p_0 = 200$ y el mismo T, $r =$ _____.

EL DIAGRAMA



Dibuja el precio de sustitución como una recta horizontal.

Traza la senda del precio desde su valor de hoy, curvada hacia arriba.

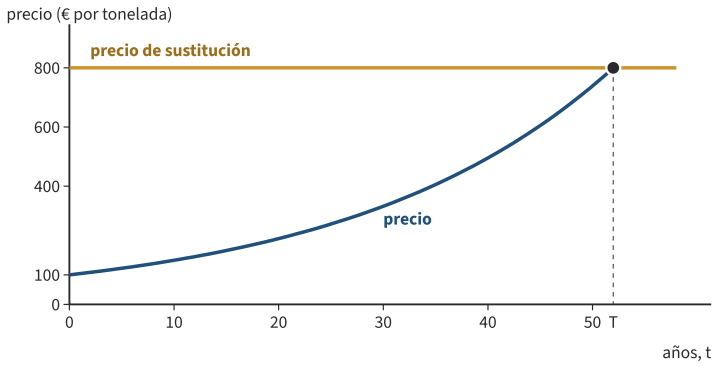
Marca T donde la senda toca el tope.

Antes de entregar. ¿He escrito la senda? · ¿He usado el logaritmo neperiano? · ¿He despejado la cantidad antes de integrar? · ¿He puesto unidades al tiempo y al stock?

EJEMPLO RESUELTO · EL EJERCICIO DE LA LECCIÓN

La demanda anual de un mineral es p = 800 − 4Z, el coste de extracción es despreciable, el tipo de interés continuo es del 4 % y el precio de hoy es 100 €. Se piden el precio de sustitución, el periodo de extracción y el stock.

1. **Senda del precio.** $p_t = p_0\, e^{rt} =$ 100 · e^(0,04 t).
2. **Precio de sustitución**, el de demanda cero o el del sustituto. $p_s =$ 800 €.
3. **Periodo de extracción.** $T = \frac{1}{r} \ln \frac{p_s}{p_0} =$ ln 8 / 0,04 = 51,99 años.
4. **Stock.** Con $Z_t = a - b\, e^{rt}$, $S = aT - \frac{b}{r}\left(\frac{p_s}{p_0} - 1\right) =$ 200 · 51,99 − 625 · 7 = 6.022,2.
5. **Si cambia un dato**, vuelve a la línea 3. Con $p_0 = 200$ y el mismo T, $r =$ 2,67 %.



El precio parte de 100 € y crece un 4 % cada año.

Toca el precio de sustitución, 800 €, a los 52 años. Ahí la demanda es cero.

El stock es todo lo que se demanda por el camino, 6.022 miles de toneladas.

Con otros números. Con un precio inicial de 200 € y el 4 %, el tope se alcanza en ln 4 / 0,04 = 34,66 años. La cantidad es 200 − 50 · e^(0,04 t), y el stock, 200 · 34,66 − 1.250 · 3 = 3.181,5 miles de toneladas.

GLOSARIO

Senda de Hotelling. Trayectoria en la que la renta de escasez crece al tipo de interés.

Precio de sustitución. Precio al que la demanda del recurso se anula, porque nadie lo quiere o porque hay un sustituto.

Tecnología de respaldo. Sustituto que se puede producir sin límite a un coste constante. Pone techo al precio del recurso.

Periodo de extracción. Tiempo que tarda el precio en llegar al de sustitución. El recurso se agota justo entonces.

Capitalización continua. El interés se acumula en cada instante. El factor es e elevado a rt.

Arbitraje. Guardar el recurso y venderlo rinden lo mismo. Si no, los propietarios cambiarían de plan.