PLANTILLA · SISTEMAS DE ENUNCIADO CON TRES INCÓGNITAS

Ejercicio: _____ Lo que se pregunta: _____

Dos preguntas ordenan el problema: **¿qué me piden?** (de ahí salen las incógnitas) y **¿qué frases relacionan esas cantidades con un número?** (cada una es una ecuación). Tres incógnitas necesitan tres ecuaciones.

1 **Incógnitas**, con su unidad.

$x =$ _____ $y =$ _____ $z =$ _____

2 **Una ecuación por cada frase con un dato.** Misma unidad a los dos lados del igual.

Tipo de frase	Frase del enunciado	Ecuación	Unidad
Un total			
Una relación			
Un importe			

«El doble de x que de z»: $x = 2z$. «y es un tercio de x y z juntas»: $y = \dfrac{x+z}{3}$. «x supera a y en 20»: $x = y + 20$.

3 **Sistema ordenado**: incógnitas a la izquierda, en el mismo orden, y el número a la derecha.

$$\begin{cases} _____ \\ _____ \\ _____ \end{cases}$$

4 **Método de Gauss**: ceros debajo de la diagonal, anotando cada operación de filas.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} __ & __ & __ & __ \\ __ & __ & __ & __ \\ __ & __ & __ & __ \end{array}\right) \Longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} __ & __ & __ & __ \\ __ & __ & __ & __ \\ __ & __ & __ & __ \end{array}\right)$$

5 **Sustituir hacia atrás y comprobar.**

$z =$ _____ $y =$ _____ $x =$ _____

Comprobación en la ecuación del importe: _____

Si una ecuación es proporcional a otra, hay infinitas soluciones: se despeja lo que se pueda y se dice.

6 **Frase**, con números, unidades y nombres.

«_____ *de* _____, _____ *de* _____ *y* _____ *de* _____».

EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2024-25, ORDINARIA, EJERCICIO 1 (2,5 PUNTOS)

Un frutero guarda 2700 kilos de sandía, que vende cada semana: rayada a 1,25 euros el kilo, negra sin pepitas a 2,75 y negra con pepitas a 2,25. Los kilos de negra con pepitas han de ser un tercio del total de kilos de sin pepitas y rayadas. **a)** Si vende todo, ¿cuántos kilos de cada variedad debe vender para recaudar exactamente 5400 euros? **b)** ¿Es posible poner el mismo precio a todas y seguir recaudando 5400 euros con los 2700 kilos? ¿A qué precio? ¿Con qué cantidades? Justifique si serían únicas. *(Enunciado resumido.)*

1 **Incógnitas.** x = kilos de sandía rayada, y = kilos de negra con pepitas, z = kilos de negra sin pepitas.

2 **Ecuaciones.**

Tipo	Frase del enunciado	Ecuación	Unidad
Un total	«Se venden todas las sandías almacenadas»	$x+y+z=2700$	kg
Una relación	«Con pepitas, un tercio de sin pepitas y rayadas»	$y=\frac{x+z}{3} \Rightarrow x-3y+z=0$	kg
Un importe	«Debe recaudar 5400 euros»	$1{,}25x+2{,}25y+2{,}75z=5400$	€

3 **4** **Sistema y Gauss.**
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2700 \\ 1 & -3 & 1 & 0 \\ 1{,}25 & 2{,}25 & 2{,}75 & 5400 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-1{,}25\,F_1]{F_2-F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2700 \\ 0 & -4 & 0 & -2700 \\ 0 & 1 & 1{,}5 & 2025 \end{array}\right)$$

5 **Sustituir y comprobar.** $-4y=-2700 \Rightarrow y=675$; $675+1{,}5z=2025 \Rightarrow z=900$; $x=2700-675-900=1125$.
Comprobación: $1{,}25\cdot 1125+2{,}25\cdot 675+2{,}75\cdot 900=1406{,}25+1518{,}75+2475=5400$.

6 *«Debe vender **1125 kg de sandía rayada, 675 kg de negra con pepitas y 900 kg de negra sin pepitas**».*

Apartado b). Con un precio único a (€/kg), la tercera ecuación es $a\,x+a\,y+a\,z=5400$, es decir, $a\,(x+y+z)=5400$. Como $x+y+z=2700$, queda $2700\,a=5400$ y $\boldsymbol{a=2}$ **€/kg**. Con $a=2$, la tercera ecuación es el doble de la primera: quedan dos ecuaciones para tres incógnitas (sistema compatible indeterminado). De ellas, $y=675$ y $x+z=2025$. *«Sí es posible, a 2 euros el kilo. Vendería 675 kg de negra con pepitas y 2025 kg entre rayada y negra sin pepitas. Las cantidades no son únicas: cualquier reparto de esos 2025 kg sirve».*

GLOSARIO

Incógnita. Cantidad desconocida que se representa con una letra. En un problema de enunciado, es lo que se pregunta.

Ecuación lineal. Igualdad en la que las incógnitas solo aparecen multiplicadas por números y sumadas.

Sistema de ecuaciones. Conjunto de ecuaciones que deben cumplirse a la vez con los mismos valores de las incógnitas.

Plantear. Traducir el enunciado a ecuaciones: definir las incógnitas y escribir una ecuación por cada dato.

Matriz ampliada. Tabla con los coeficientes de las incógnitas y, en la última columna, los términos independientes.

Método de Gauss. Sumar o restar filas multiplicadas por números para conseguir ceros debajo de la diagonal y despejar las incógnitas de abajo arriba.

Sistema compatible determinado. El que tiene una única solución.

Sistema compatible indeterminado. El que tiene infinitas soluciones, porque alguna ecuación repite la información de otras.

Ecuaciones proporcionales. Dos ecuaciones en las que una es la otra multiplicada por un número. Cuentan como una sola.

Solución contextualizada. La respuesta escrita con palabras del enunciado: qué cantidad, de qué y en qué unidad.