PLANTILLA · PROBABILIDAD TOTAL Y BAYES CON DIAGRAMA DE ÁRBOL

Ejercicio: _____ Lo que se pide: _____

La pregunta que ordena todo: **¿qué ocurre primero y qué ocurre después?** Ese orden es el del árbol. Si preguntan por el final, se suman ramas (probabilidad total). Si preguntan por el principio sabiendo el final, es Bayes.

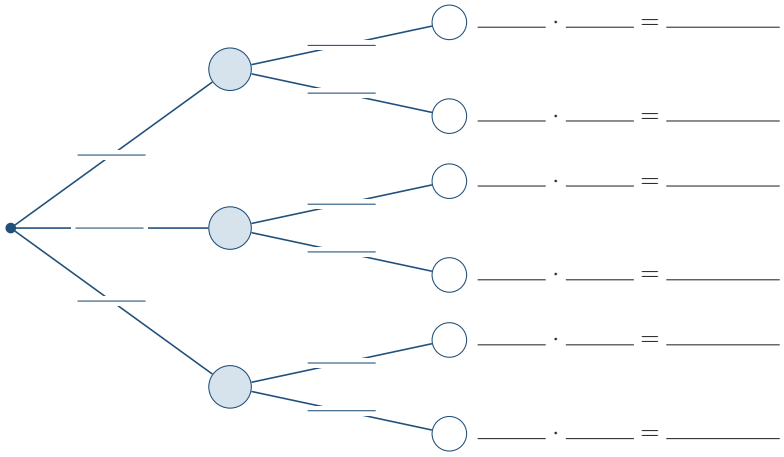
1 **Sucesos**, con letra y palabras.

Primero ocurre: _____ = _____ _____ = _____ _____ = _____

Después ocurre: _____ = _____ _____ = _____

2 **Árbol completo.** Primer nivel: suma 1. Segundo nivel: cada pareja de ramas suma 1.

3 **Ramas completas**: se multiplica a lo largo de cada una.



Si solo hay dos casos en el primer nivel, se tacha la rama central. Comprobación: los productos de todas las hojas suman 1.

4 **Probabilidad total**: suma de las ramas que acaban en el resultado B.

$$P(B) = P(A_1)\,P(B \mid A_1) + P(A_2)\,P(B \mid A_2) + P(A_3)\,P(B \mid A_3)$$

$P($_____$) =$ _____ $+$ _____ $+$ _____ $=$ _____ El contrario: $1-$ _____ $=$ _____

5 **Bayes**: «si…», «sabiendo que…». La condición va detrás de la raya y su probabilidad, en el denominador.

$$P(A_1 \mid B) = \frac{P(A_1)\,P(B \mid A_1)}{P(B)}$$

Mi caso: $P($_____$|$_____$) = \dfrac{\text{_____} \cdot \text{_____}}{\text{_____}} =$ _____

6 **Frases.** *«La probabilidad de que* _____ *es* _____*».*

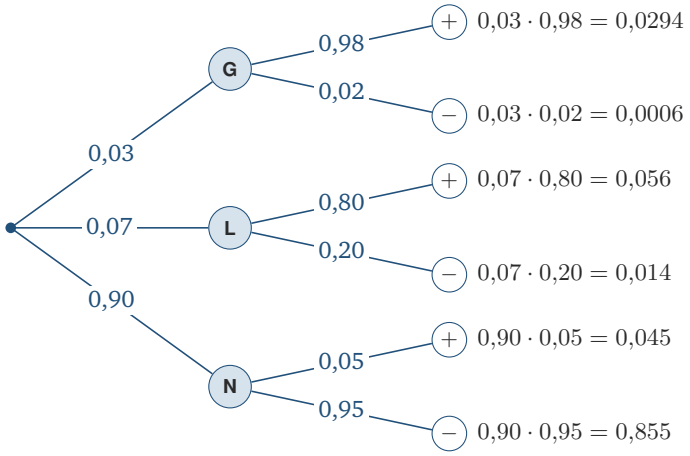
«Si _____*, la probabilidad de que* _____ *es* _____*».*

EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2025-26, ORDINARIA, 4.2 (2,5 PUNTOS)

En un laboratorio farmacéutico, el 3 % de los productos presenta un defecto grave, el 7 % un defecto leve y el resto no presenta defectos. Un test da positivo el 98 % de las veces si el defecto es grave, el 80 % si es leve y el 5 % si el producto no tiene defectos. **a)** Calcule la probabilidad de que el test de un producto seleccionado al azar dé negativo. **b)** Si el test ha dado positivo, calcule la probabilidad de que el defecto sea grave.

1 **Sucesos.** G = «defecto grave», L = «defecto leve», N = «sin defecto»; $+$ = «test positivo», $-$ = «test negativo».

2 **3** **Árbol y ramas.**



4 **a) Probabilidad total.** $P(-) = P(G)\,P(- \mid G) + P(L)\,P(- \mid L) + P(N)\,P(- \mid N)$

$= 0{,}03 \cdot 0{,}02 + 0{,}07 \cdot 0{,}20 + 0{,}90 \cdot 0{,}95 = 0{,}0006 + 0{,}014 + 0{,}855 = \mathbf{0{,}8696}$

5 **b) Bayes.** Se pide $P(G \mid +)$. $P(+) = 1 - 0{,}8696 = 0{,}1304$. $P(G \mid +) = \dfrac{P(G)\,P(+ \mid G)}{P(+)} = \dfrac{0{,}0294}{0{,}1304} \approx \mathbf{0{,}2255}$

6 *«La probabilidad de que el test de un producto elegido al azar dé negativo es 0,8696. Si el test ha dado positivo, la probabilidad de que el defecto sea grave es 0,2255».*

GLOSARIO

Experimento compuesto. El que ocurre en dos o más etapas, una detrás de otra.

Diagrama de árbol. Esquema con una rama por cada posibilidad. El primer nivel recoge lo que ocurre primero y el segundo, lo que ocurre después.

Probabilidad condicionada ($P(B \mid A)$). Probabilidad de B sabiendo que ha ocurrido A. Es la que se escribe en las ramas del segundo nivel.

Probabilidad de la intersección. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$: el producto a lo largo de una rama.

Sistema completo de sucesos. Sucesos incompatibles entre sí que cubren todos los casos. Sus probabilidades suman 1: son las ramas del primer nivel.

Teorema de la probabilidad total. La probabilidad de un resultado final es la suma de todas las ramas que llevan a él.

Teorema de Bayes. Da la probabilidad de una causa sabiendo el resultado: la rama de esa causa entre la suma de todas las ramas que acaban en ese resultado.

Probabilidad a priori. La de cada causa antes de conocer el resultado: $P(G) = 0{,}03$.

Probabilidad a posteriori. La de la causa una vez conocido el resultado: $P(G \mid +) = 0{,}2255$.

Falso positivo. Resultado positivo en un caso que no tiene lo que se busca.