PLANTILLA · BINOMIAL POR NORMAL Y MEDIA MUESTRAL

Ejercicio: _____ Probabilidad que se pide: _____

La pregunta que ordena todo: **¿se cuentan éxitos o se calcula una media?** Si se cuentan éxitos, camino A. Si es la media de una muestra, camino B. Desde el paso 4, los dos caminos coinciden.

1 **Variable**, definida con palabras: _____

CAMINO A · SE CUENTAN ÉXITOS

2 **Binomial.** $X \sim B(n, p)$

$n =$ _____ $p =$ _____ $q = 1 - p =$ _____

Condiciones: $np =$ _____ > 5 $nq =$ _____ > 5

$\mu = np =$ _____ $\sigma = \sqrt{npq} =$ _____

X se aproxima por $Y \sim N($_____; _____$)$

3 **Corrección de continuidad** (medio punto).

$P(X \geq k) \approx P(Y \geq k - 0{,}5)$	«al menos k»
$P(X > k) \approx P(Y \geq k + 0{,}5)$	«más de k»
$P(X \leq k) \approx P(Y \leq k + 0{,}5)$	«como mucho k»
$P(X < k) \approx P(Y \leq k - 0{,}5)$	«menos de k»

Mi caso: $P(X$ _____$) \approx P(Y$ _____$)$

CAMINO B · SE CALCULA UNA MEDIA

2 **Población.** $X \sim N(\mu;\ \sigma)$

$\mu =$ _____ $\sigma =$ _____ $n =$ _____

3 **Media muestral.**

$$\bar{X} \sim N\left(\mu;\ \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\quad}{\sqrt{\quad}} = \text{_____}$$

$\bar{X} \sim N($_____; _____$)$

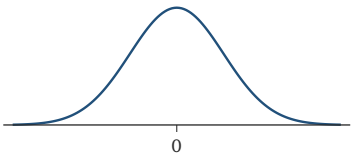
Sin corrección de continuidad: la variable ya es continua.

Cuanto mayor es la muestra, menos varía su media.

4 **Tipificar**: restar la media y dividir entre la desviación típica, con dos decimales.

$$z = \frac{\text{valor} - \text{media}}{\text{desviación típica}} = \frac{\text{_____} - \text{_____}}{\text{_____}} = \text{_____}$$

5 **Campana y tabla.** Sombrear el área pedida y llevarla a un valor de la tabla (área a la izquierda de z positivo).



Se pide	En la tabla ($a > 0$)
$P(Z \leq a)$	valor de la tabla
$P(Z \geq a)$	$1 - P(Z \leq a)$
$P(Z \geq -a)$	$P(Z \leq a)$, por simetría
$P(Z \leq -a)$	$1 - P(Z \leq a)$

Mi caso: $P(Z$ _____$) =$ _____ $=$ _____

6 **Frase.** *«La probabilidad de que* _____ *es* _____*».*

Con la binomial se añade «aproximadamente», porque la normal aproxima.

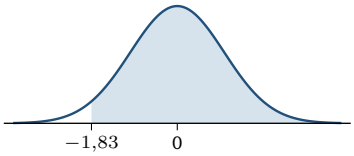
EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2024-25, ORDINARIA, EJERCICIO 3

3.1.b) (1,5 puntos) El 90 % de las pastillas de jabón de un artesano pasaría un control de calidad. Se selecciona una muestra aleatoria simple de 140 pastillas. Calcule, aproximando por la distribución normal adecuada, la probabilidad de que al menos 120 superen el control.

3.2.b) (1,25 puntos) El peso de las pastillas es normal de media μ gramos y desviación típica 30 gramos. Si $\mu = 100$, ¿cuál sería la probabilidad de que el peso medio de 64 pastillas de una muestra aleatoria simple fuera superior a 110 gramos?

3.1.b) · CAMINO A

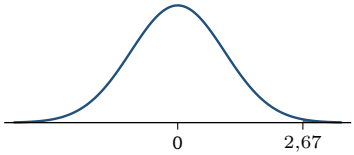
1. X = «número de pastillas que superan el control entre las 140».
2. $X \sim B(140;\ 0{,}9)$
   $np = 126 > 5 \quad nq = 14 > 5$
   $\mu = 126 \quad \sigma = \sqrt{140 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}1} = \sqrt{12{,}6} \approx 3{,}55$
   X se aproxima por $Y \sim N(126;\ 3{,}55)$
3. $P(X \geq 120) \approx P(Y \geq 119{,}5)$
4. $z = \dfrac{119{,}5 - 126}{3{,}55} = -1{,}83$
5. $P(Z \geq -1{,}83) = P(Z \leq 1{,}83) = \mathbf{0{,}9664}$



6. *«La probabilidad de que al menos 120 de las 140 pastillas superen el control es, aproximadamente, 0,9664».*

3.2.b) · CAMINO B

1. X = «peso, en gramos, de una pastilla».
2. $X \sim N(100;\ 30), \quad n = 64$
3. $\bar{X} \sim N\left(100;\ \dfrac{30}{\sqrt{64}}\right) = N(100;\ 3{,}75)$
4. $z = \dfrac{110 - 100}{3{,}75} = 2{,}666\ldots \approx 2{,}67$
5. $P(\bar{X} > 110) = P(Z > 2{,}67)$
   $= 1 - P(Z \leq 2{,}67) = 1 - 0{,}9962 = \mathbf{0{,}0038}$



6. *«La probabilidad de que el peso medio de 64 pastillas sea superior a 110 gramos es 0,0038».*

GLOSARIO

Distribución binomial, $B(n,p)$. Cuenta los éxitos en n pruebas independientes, cada una con probabilidad de éxito p. Su media es np y su desviación típica, $\sqrt{npq}$, con $q = 1 - p$.

Distribución normal, $N(\mu;\sigma)$. Distribución continua con forma de campana, simétrica respecto de su media μ. La desviación típica σ mide su anchura.

Aproximación de la binomial por la normal. Si $np > 5$ y $nq > 5$, la binomial se parece a la normal de su misma media y desviación típica.

Corrección de continuidad (de Yates). Ajuste de medio punto al pasar de una variable de valores enteros a una continua: cada entero k ocupa el intervalo de $k - 0{,}5$ a $k + 0{,}5$.

Muestra aleatoria simple. Muestra en la que todos los individuos tienen la misma probabilidad de ser elegidos, de forma independiente.

Media muestral, $\bar{X}$. Media de los valores de una muestra. Cambia de una muestra a otra, así que es una variable aleatoria.

Distribución de la media muestral. Si la población es $N(\mu;\sigma)$, la media de muestras de tamaño n es $N(\mu;\sigma/\sqrt{n})$.

Tipificar. Pasar a la normal estándar restando la media y dividiendo entre la desviación típica: $Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$.

Normal estándar, $N(0;1)$. La normal de media 0 y desviación típica 1, la única que está tabulada.

Tabla de la normal. Da el área acumulada a la izquierda de cada valor positivo de z: $P(Z \leq z)$.