PLANTILLA · INTERVALO DE CONFIANZA PARA UNA PROPORCIÓN

Ejercicio: _____ Población: _____ Característica: _____

Siete pasos, siempre en este orden. Todos los datos van en tanto por uno ($35{,}5\,\% = 0{,}355$). La muestra es el grupo por el que pregunta el enunciado. Cada apartado termina con una frase que responde a lo que se pide.

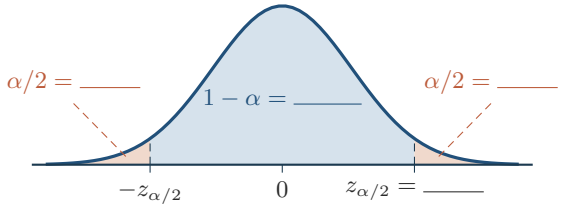
1 **Datos.** Muestra: $n =$ _____ Proporción muestral: $\hat{p} =$ _____ Complementaria: $1 - \hat{p} =$ _____

2 **Condiciones de la aproximación normal.**

$n\,\hat{p} =$ _____ $\cdot$ _____ $=$ _____ > 5 $\quad$ $n\,(1-\hat{p}) =$ _____ $\cdot$ _____ $=$ _____ > 5

Frase: *«Como los dos productos superan 5, se puede usar la aproximación normal».*

3 **Valor crítico.** La tabla da el área acumulada hasta z; se busca dentro de ella el área $1-\alpha/2$ y se lee z en los márgenes.



$1-\alpha =$ _____ $\rightarrow$ $\alpha =$ _____ $\rightarrow$ $\alpha/2 =$ _____

$P(Z \le z_{\alpha/2}) = 1-\alpha/2 =$ _____ $\rightarrow$ $z_{\alpha/2} =$ _____

Confianza	Área $1-\alpha/2$	$z_{\alpha/2}$
90 %	0,95	1,645
95 %	0,975	1,96
97 %	0,985	2,17
99 %	0,995	2,575

4 **Margen de error.** $E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{\hat{p}\,(1-\hat{p})}{n}} =$ _____ $\cdot \sqrt{\dfrac{\text{_____} \cdot \text{_____}}{\text{_____}}} =$ _____ $\cdot$ _____ $=$ _____

La raíz es el error típico. Guarda al menos cuatro decimales en los pasos intermedios.

5 **Intervalo.** $(\hat{p}-E\,;\,\hat{p}+E) =$ (_____ $-$ _____ ; _____ $+$ _____) $=$ (_____ ; _____)

Comprobación: el punto medio del intervalo, (_____ $+$ _____)$/2 =$ _____, tiene que devolver $\hat{p}$.

6 **Frase de conclusión.** *«Con una confianza del* _____ *%, la proporción de* _____ *está entre el* _____ *% y el* _____ *%».*

7 **Tamaño de la muestra** (cuando el enunciado fija el margen de error).

$E =$ _____ $\quad 1-\alpha =$ _____ $\rightarrow z_{\alpha/2} =$ _____ $\quad p =$ _____

$E = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\dfrac{p\,(1-p)}{n}} \quad \Longrightarrow \quad n \ge \dfrac{z_{\alpha/2}^2 \cdot p\,(1-p)}{E^2} = \dfrac{\text{_____}^2 \cdot \text{_____} \cdot \text{_____}}{\text{_____}^2} =$ _____

Se redondea **siempre hacia arriba**: $n =$ _____. Si el enunciado no da p, se toma el caso más desfavorable, $p = 1-p = 0{,}5$.

Frase: *«Hay que tomar una muestra de al menos* _____ _____ *para estimar la proporción con un margen de error de* _____ *y un nivel de confianza del* _____ *%».*

EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2025-26, ORDINARIA, PREGUNTA 1 (2,5 PUNTOS)

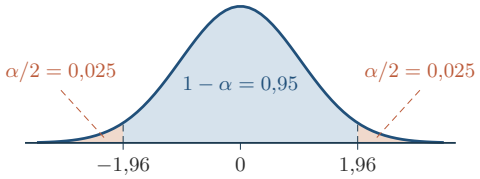
Barómetro del CIS de octubre de 2025, con 4029 entrevistados. De los 333 entrevistados entre 18 y 24 años, un 35,5 % menciona «la vivienda» entre los tres principales problemas de España. Se pide: a) el intervalo de confianza al 95 % para la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda uno de los tres principales problemas; b) el tamaño de muestra necesario para un margen de error de cinco puntos porcentuales y un nivel de confianza del 97 %, asumiendo $p = 0{,}355$.

1 Datos. $n = 333$ jóvenes (no los 4029 del barómetro entero) $\quad \hat{p} = 0{,}355 \quad 1 - \hat{p} = 0{,}645$

2 Condiciones. $n\,\hat{p} = 333 \cdot 0{,}355 = 118{,}215 > 5$ y $n\,(1-\hat{p}) = 333 \cdot 0{,}645 = 214{,}785 > 5$: se puede usar la aproximación normal.

3 Valor crítico.

$1 - \alpha = 0{,}95 \;\to\; \alpha = 0{,}05 \;\to\; \alpha/2 = 0{,}025$
$P(Z \le z_{\alpha/2}) = 1 - 0{,}025 = 0{,}975$
En la tabla, 0,9750 está en la fila 1,9 y la columna 0,06: $\boldsymbol{z_{\alpha/2} = 1{,}96}$



4 Margen de error. $E = 1{,}96 \cdot \sqrt{\dfrac{0{,}355 \cdot 0{,}645}{333}} = 1{,}96 \cdot \sqrt{0{,}00068761} = 1{,}96 \cdot 0{,}02622 = 0{,}0514$

5 Intervalo. $(0{,}355 - 0{,}0514\ ;\ 0{,}355 + 0{,}0514) = \mathbf{(0{,}3036\ ;\ 0{,}4064)}$ Punto medio: $(0{,}3036 + 0{,}4064)/2 = 0{,}355$.

6 Frase. *«Con una confianza del 95 %, la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda uno de los tres principales problemas de España en octubre de 2025 está entre el 30,36 % y el 40,64 %».*

7 Tamaño de la muestra. $E = 0{,}05;\ 1 - \alpha = 0{,}97 \to \alpha/2 = 0{,}015 \to P(Z \le z_{\alpha/2}) = 0{,}985 \to z_{\alpha/2} = 2{,}17;\ p = 0{,}355.$

$$n \ge \frac{2{,}17^2 \cdot 0{,}355 \cdot 0{,}645}{0{,}05^2} = \frac{4{,}7089 \cdot 0{,}228975}{0{,}0025} = 431{,}29 \implies \boldsymbol{n = 432}$$

(con 431 el margen sería 0,05002).

«Hay que entrevistar como mínimo a 432 jóvenes de 18 a 24 años para estimar la proporción con un margen de error de cinco puntos porcentuales y un nivel de confianza del 97 %».

GLOSARIO

Población y muestra. La población es el conjunto completo sobre el que se quiere saber algo (todos los jóvenes de 18 a 24 años). La muestra es la parte a la que se pregunta (los 333 entrevistados).

Proporción poblacional (p). Fracción de la población que tiene la característica. Es desconocida y es lo que se quiere estimar.

Proporción muestral ($\hat{p}$). Fracción de la muestra que tiene la característica. Se calcula con los datos y se escribe en tanto por uno. Su complementaria es $1 - \hat{p}$, que a veces se llama $\hat{q}$.

Tamaño de la muestra (n). Número de individuos de la muestra. Cuanto mayor es, menor es el margen de error.

Nivel de confianza ($1-\alpha$). Probabilidad con la que el método produce un intervalo que contiene a p. Los habituales son 0,90, 0,95 y 0,99.

Nivel de significación (α). Lo que queda fuera del nivel de confianza. Se reparte en dos colas iguales de área $\alpha/2$.

Valor crítico ($z_{\alpha/2}$). Valor de la normal estándar que deja a su izquierda un área $1 - \alpha/2$. Se lee en la tabla y depende solo del nivel de confianza.

Normal estándar (Z, $N(0,1)$). Distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Su tabla da $P(Z \le z)$, el área acumulada hasta z.

Aproximación normal. Con $n\,\hat{p} > 5$ y $n\,(1-\hat{p}) > 5$, la proporción muestral se distribuye de forma aproximadamente normal. Hay que escribir la comprobación.

Error típico. Desviación típica de la proporción muestral, $\sqrt{\hat{p}\,(1-\hat{p})/n}$. Mide cuánto cambia $\hat{p}$ de una muestra a otra.

Margen de error (E). Valor crítico por error típico. Es la distancia máxima entre $\hat{p}$ y p con la confianza elegida, y la mitad de la anchura del intervalo.

Intervalo de confianza. $(\hat{p} - E\ ;\ \hat{p} + E)$. Rango de valores en el que se sitúa p con el nivel de confianza fijado.

Puntos porcentuales. Diferencia entre dos porcentajes. Un margen de cinco puntos porcentuales es $E = 0{,}05$.

Tamaño mínimo de la muestra. Menor n que garantiza un margen de error dado: $n \ge z_{\alpha/2}^2\,p\,(1-p)/E^2$, redondeado hacia arriba.

Caso más desfavorable. Si no se conoce p, se toma $p = 0{,}5$, que hace máximo el producto $p\,(1-p)$ y da el mayor tamaño de muestra.