PLANTILLA · SUCESOS Y PROBABILIDAD CONDICIONADA

Datos del enunciado: _____ _____ _____

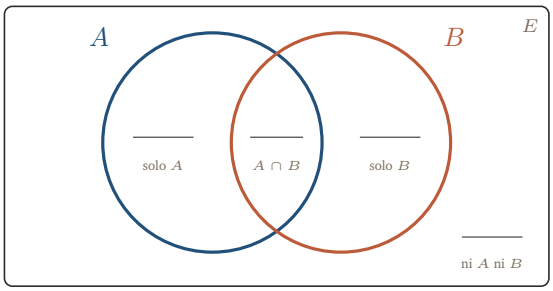
Siete pasos, siempre en este orden. Primero se traduce cada dato a una región del diagrama; después se monta una ecuación con la fórmula de la unión; al final se responde exactamente a lo que se pide. Las cuatro regiones suman 1.

1 Datos traducidos. Si un dato lleva barra, se pasa al suceso sin barra: $P(\overline{X}) = 1 - P(X)$.

$P(A) =$ _____ $\quad P(B) =$ _____

$P(A \cap B) =$ _____ $\quad P(A \cup B) =$ _____

Lo que no se conoce se deja como incógnita.



2 Condicionada. El suceso que condiciona va detrás de la barra vertical y en el denominador.

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = ____ \cdot ____$$

3 Fórmula de la unión. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

_____ = _____ + _____ − _____ ⇒ _____ ⇒ incógnita = _____

4 Diagrama completo. Solo $A = P(A) - P(A \cap B)$; solo $B = P(B) - P(A \cap B)$; ni A ni $B = 1 - P(A \cup B)$.

	B	$\overline{B}$	**Total**
A			
$\overline{A}$			
Total			1

Comprobación: _____ + _____ + _____ + _____ = 1

5 Condicionada pedida. La misma definición, también con sucesos compuestos. El numerador se simplifica mirando el diagrama.

$$P(M \mid N) = \frac{P(M \cap N)}{P(N)} \qquad M \cap N = _____ \qquad P(____ \mid ____) = \frac{____}{____} = ____$$

6 Independencia. Se comparan dos números.

$P(A \cap B) =$ _____ frente a $P(A) \cdot P(B) =$ _____ · _____ = _____ ⇒ A y B son _____

7 Frases. *«Por tanto,* $P(____) =$ _____ *y* $P(____) =$ _____*».*

«Sabiendo que ha ocurrido _____*, la probabilidad de que ocurra* _____ *es* _____*».*

Antes de entregar. ¿He leído la barra del contrario? · ¿El denominador de la condicionada es el suceso de detrás de la barra vertical? · ¿He restado la intersección en la unión? · ¿Todas las probabilidades están entre 0 y 1? · ¿Respondo a lo que se pide?

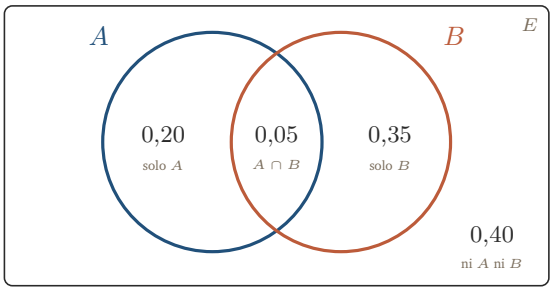
EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2025-26, ORDINARIA, PREGUNTA 4.2 (2 PUNTOS)

Sabiendo que $P(B) = 0{,}4$, $P(\overline{A \cup B}) = 0{,}4$ y $P(B \mid A) = 0{,}2$, calcule las siguientes probabilidades: a) (1 punto) $P(\overline{A})$ y $P(A \cap B)$. b) (1 punto) $P\big((A \cap B) \mid (A \cup B)\big)$.

1 **Datos traducidos.**
$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$
$P(B) = 0{,}4$; $P(A)$ es la incógnita.

2 **Condicionada.**
$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = 0{,}2 \cdot P(A)$$

3 **Unión.** $0{,}6 = P(A) + 0{,}4 - 0{,}2 \cdot P(A)$
$\Rightarrow 0{,}8 \cdot P(A) = 0{,}2 \Rightarrow P(A) = 0{,}25$
$P(\overline{A}) = 1 - 0{,}25 = 0{,}75$; $P(A \cap B) = 0{,}2 \cdot 0{,}25 = 0{,}05$



Frase: «*Por tanto,* $P(\overline{A}) = 0{,}75$ *y* $P(A \cap B) = 0{,}05$».

4 **Diagrama.** Solo $A = 0{,}25 - 0{,}05 = 0{,}20$; solo $B = 0{,}4 - 0{,}05 = 0{,}35$; ni A ni $B = 0{,}40$.

	B	$\overline{B}$	**Total**
A	0,05	0,20	0,25
$\overline{A}$	0,35	0,40	0,75
Total	0,40	0,60	1

Comprobación:
$0{,}20 + 0{,}05 + 0{,}35 + 0{,}40 = 1$

5 **Condicionada pedida.** Como $A \cap B \subset A \cup B$, $(A \cap B) \cap (A \cup B) = A \cap B$:

$$P\big((A \cap B) \mid (A \cup B)\big) = \frac{P(A \cap B)}{P(A \cup B)} = \frac{0{,}05}{0{,}6} = \frac{1}{12} \approx 0{,}0833$$

Frase: «*Sabiendo que ha ocurrido al menos uno de los dos sucesos, la probabilidad de que ocurran los dos es* $1/12 \approx 0{,}0833$».

6 **Independencia.** $P(A) \cdot P(B) = 0{,}25 \cdot 0{,}4 = 0{,}1 \neq 0{,}05 = P(A \cap B)$: A y B son dependientes.

GLOSARIO

Suceso y espacio muestral (E). Un suceso es un conjunto de resultados de un experimento aleatorio. El espacio muestral E los contiene todos y $P(E) = 1$.

Suceso contrario ($\overline{A}$). Lo que ocurre cuando no ocurre A. $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$. La barra larga, $\overline{A \cup B}$, es el contrario de toda la unión.

Unión ($A \cup B$). Ocurre A, ocurre B o ocurren los dos: «al menos uno». $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Intersección ($A \cap B$). Ocurren A y B a la vez. Es la zona común de los dos círculos.

Probabilidad condicionada ($P(B \mid A)$). Probabilidad de B sabiendo que ha ocurrido A: $P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$. Se lee «$B$ condicionada a A». En general $P(B \mid A) \neq P(A \mid B)$.

Regla del producto. La condicionada despejada: $P(A \cap B) = P(B \mid A) \cdot P(A) = P(A \mid B) \cdot P(B)$.

Sucesos independientes. Que ocurra uno no cambia la probabilidad del otro: $P(B \mid A) = P(B)$, o lo que es lo mismo, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Sucesos incompatibles. No pueden ocurrir a la vez: $A \cap B = \varnothing$ y $P(A \cap B) = 0$. Entonces $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Diferencia ($A - B$ o $A \cap \overline{B}$). Ocurre A y no ocurre B: la región «solo A». $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B)$.

Leyes de De Morgan. $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ y $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$. Sirven para quitar barras largas.

Inclusión ($\subset$). $M \subset N$ significa que todo resultado de M está en N. Entonces $M \cap N = M$ y $M \cup N = N$.

Diagrama de Venn y tabla de contingencia. Dos formas de repartir la probabilidad en las cuatro regiones: solo A, $A \cap B$, solo B y ninguna. Siempre suman 1.