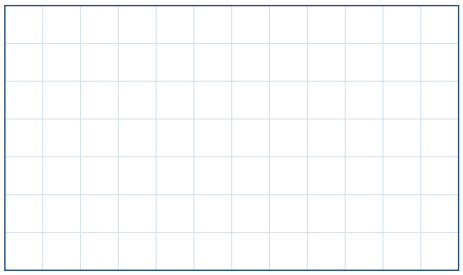
PLANTILLA · OPTIMIZACIÓN

Se quiere hacer ☐ máximo ☐ mínimo: _____ Se pregunta por: _____

Seis pasos, siempre en este orden. Los tres primeros son el planteamiento, que vale más de la mitad de la nota. Todo depende de una pregunta: ¿qué cantidad quiero optimizar y de qué depende?

1 **Dibujo y variables.** Un nombre para cada longitud desconocida, sobre el dibujo, y los valores que puede tomar.



DIBUJO CON LAS LETRAS

$x =$ _____

$y =$ _____

Valores posibles: _____ $< x <$ _____ _____ $< y <$ _____

2 **Relación entre las variables.** La condición del enunciado, escrita como ecuación (semejanza, Pitágoras, perímetro...).

Ecuación: _____ $\Rightarrow$ $y =$ _____

3 **Función que se optimiza.** Primero con dos variables, explicando qué es cada sumando. Después se sustituye y.

Con dos variables: _____

Con una variable: $f(x) =$ _____

4 **Derivada y punto crítico.** $f'(x) =$ _____ $f'(x) = 0 \Rightarrow x =$ _____ ¿en el dominio? ☐

5 **Justificar el tipo de extremo.** Con la segunda derivada o con el signo de f' a cada lado.

Segunda derivada	Signo de f'
$f''(x_0) > 0$: mínimo $f''(x_0) < 0$: máximo	de $-$ a $+$: mínimo de $+$ a $-$: máximo

En este ejercicio: _____ $\Rightarrow$ en $x =$ _____ hay un _____

6 **Responder a lo que se pide.** Otra variable: $y =$ _____ Valor óptimo (si se pide): _____

Frase final con unidades: _____

Antes de entregar. ¿He dicho qué mide cada letra? · ¿La función depende de una sola variable antes de derivar? · ¿He justificado que es máximo o mínimo? · ¿He contestado a lo que se pregunta, con unidades? · Si el intervalo es cerrado, ¿he comparado también los extremos y los puntos donde cambia la fórmula?

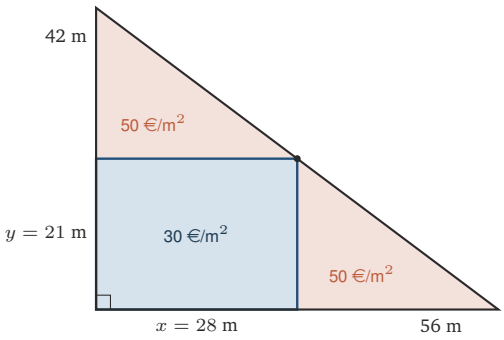
EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2025-26, ORDINARIA, PREGUNTA 2 (2 PUNTOS)

Se quiere enlosar un jardín con forma de triángulo rectángulo de catetos 42 m y 56 m. Dentro del jardín se va a diferenciar un espacio rectangular techado de forma que dos de sus lados sean paralelos a los catetos del triángulo, un vértice coincida con el vértice del ángulo recto del triángulo y el vértice opuesto esté sobre su hipotenusa. Alicatar la parte cubierta cuesta 30 €/m^2 y la parte no techada, 50 €/m^2 pues las baldosas llevan un tratamiento especial resistente al agua. Calcule las dimensiones de la parte techada que hacen que el coste de instalar el suelo en el jardín sea mínimo.

1 **Variables.** x = lado sobre el cateto de 56 m, $0 < x < 56$.
y = lado sobre el cateto de 42 m, $0 < y < 42$.

2 **Relación.** El triángulo de encima es semejante al jardín:

$$\frac{42-y}{x} = \frac{42}{56} \Rightarrow y = 42 - \frac{3}{4}x$$



3 **Función.** Área del jardín: $\frac{56 \cdot 42}{2} = 1.176$ m^2.

$$C = 30\,xy + 50\,(1.176 - xy) = 58.800 - 20\,xy$$

$$C(x) = 58.800 - 20x\left(42 - \frac{3}{4}x\right) = 15x^2 - 840x + 58.800$$

4 **Derivada.** $C'(x) = 30x - 840 = 0 \Rightarrow x = \frac{840}{30} = 28$, que está en $(0, 56)$.

5 **Justificación.** $C''(x) = 30 > 0$, luego en $x = 28$ hay un mínimo. (También: $C'(x) < 0$ si $x < 28$ y $C'(x) > 0$ si $x > 28$.)

6 **Respuesta.** $y = 42 - \frac{3}{4} \cdot 28 = 21$. **La parte techada debe medir 28 m por 21 m.**

Comprobación: $C(28) = 47.040$ €, y a los lados sale más caro: $C(20) = C(36) = 48.000$ €.

GLOSARIO

Optimizar. Buscar el valor de la variable que hace máxima o mínima una cantidad.

Función objetivo. La cantidad que se quiere optimizar, escrita como función. Aquí, el coste C.

Relación o ligadura. Ecuación que ata las variables entre sí. Permite dejar la función con una sola variable.

Dominio. Valores que puede tomar la variable en el problema: $0 < x < 56$.

Triángulos semejantes. Los que tienen los mismos ángulos. Sus lados correspondientes son proporcionales.

Punto crítico. Valor de x donde la derivada se anula, $f'(x) = 0$. Es un candidato a máximo o mínimo.

Criterio de la segunda derivada. En un punto crítico, $f'' > 0$ indica mínimo y $f'' < 0$ indica máximo.

Mínimo relativo. Punto donde la función pasa de decrecer a crecer: f' cambia de negativa a positiva.

Extremos absolutos. El mayor y el menor valor de la función en un intervalo cerrado. Se comparan los puntos críticos, los extremos del intervalo y los puntos donde la función no es derivable.

Teorema de Weierstrass. Una función continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ alcanza en él un máximo y un mínimo absolutos.