PLANTILLA · NORMAL Y BINOMIAL

Variable $X =$ «_____» Media $\mu =$ _____ Desviación típica $\sigma =$ _____

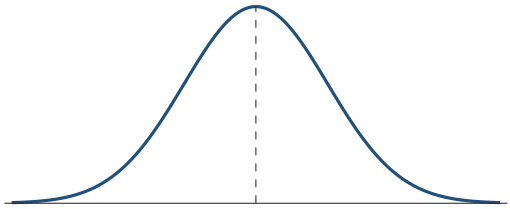
Siete pasos, siempre en este orden. Los cinco primeros resuelven cualquier probabilidad de una normal: tipificar, dibujar y leer la tabla. Los dos últimos se usan cuando el enunciado elige varios individuos y pregunta cuántos cumplen una condición.

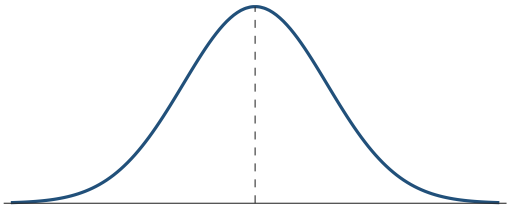
1 Variable y distribución. $X \sim N(_____\ ;\ _____)$ Se pide: $P(_____)$

2 Tipificar. A cada valor se le resta la media y se divide entre la desviación típica. Dos decimales y con su signo.

$$z_1 = \frac{_____ - _____}{_____} = _____ \qquad z_2 = \frac{_____ - _____}{_____} = _____$$

3 Dibujo. Marca los cortes en la campana y sombrea el área que se pide.





4 Tabla. La tabla da $P(Z \leq z)$ para $z \geq 0$. El área pedida se escribe con áreas de ese tipo.

A la izquierda	A la derecha	Valor negativo	Intervalo
$P(Z \leq z)$: directo.	$P(Z > z) = 1 - P(Z \leq z)$	$P(Z < -z) = 1 - P(Z \leq z)$	$P(a \leq Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z < a)$

$P(_____) = _____$

Valores de la tabla: $P(Z \leq ____) = ____$ $P(Z \leq ____) = ____$

5 Resultado y frase. $P = _____ = ____$

«La probabilidad de que _____ es _____».

6 Varios individuos: binomial. Si se eligen n individuos independientes y se cuenta cuántos cumplen una condición:

$T =$ «_____» $T \sim B(____\ ;\ _____)$

n es el número de individuos y p la probabilidad de la condición, que suele ser el resultado de un apartado anterior.

7 Traducir la frase y sumar. $P(T = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

La frase del enunciado equivale a T _____ $\Rightarrow$ $P =$ _____

$=$ _____ $=$ _____

«No más de uno»: $T \leq 1$. «Al menos uno»: $1 - P(T = 0)$. «Exactamente k»: $T = k$. «Ninguno»: $T = 0$.

Antes de entregar. ¿He restado la media y dividido entre σ? · ¿El signo de z coincide con el lado de la media? · ¿El resultado es coherente con el área sombreada? · ¿La p de la binomial es la de lo que cuenta T? · ¿He incluido todos los valores de T?

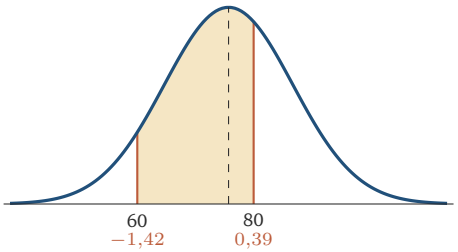
EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2024-25, EXTRAORDINARIA, 4.1 (2,5 PUNTOS)

La masa, en kilogramos, de un hombre de la población laboral española es una variable normal de media 75,67 y desviación típica 11,05. a) (0,75 puntos) Probabilidad de que tenga masa entre 60 y 80 kg. b) (0,75 puntos) Probabilidad de que tenga masa superior a 100 kg. c) (1 punto) Elegidos diez hombres distintos al azar, probabilidad de que no más de uno supere los 100 kg.

1 **Variable.** $X \sim N(75{,}67;\ 11{,}05)$

2 **Tipificar.** $z_1 = \dfrac{60 - 75{,}67}{11{,}05} \approx -1{,}42 \quad z_2 = \dfrac{80 - 75{,}67}{11{,}05} \approx 0{,}39$

3 **Dibujo**



4 **Tabla (apartado a).**

$P(60 \le X \le 80) = P(-1{,}42 \le Z \le 0{,}39)$
$= P(Z \le 0{,}39) - \big(1 - P(Z \le 1{,}42)\big)$
$= 0{,}6517 - (1 - 0{,}9222) = 0{,}5739$

5 **Frase.** *«La probabilidad de que tenga una masa entre 60 y 80 kg es 0,5739».*

Apartado b). $P(X > 100) = P\left(Z > \dfrac{100 - 75{,}67}{11{,}05}\right) = P(Z > 2{,}20) = 1 - P(Z \le 2{,}20) = 1 - 0{,}9861 = 0{,}0139$

6 **Binomial (apartado c).** $T =$ «número de hombres, de los 10, con masa superior a 100 kg», $T \sim B(10;\ 0{,}0139)$

7 **Traducir y sumar.** «No más de uno» es $T \le 1$:

$$P(T \le 1) = \binom{10}{0} 0{,}9861^{10} + \binom{10}{1} 0{,}0139 \cdot 0{,}9861^{9} \approx 0{,}8694 + 0{,}1225 = 0{,}9919$$

Frase: *«La probabilidad de que no más de uno de los diez supere los 100 kg es 0,9919».*

GLOSARIO

Variable aleatoria. Número que depende del azar: la masa de una persona elegida al azar, o cuántas de diez superan un peso.

Distribución normal, $N(\mu;\sigma)$. Modelo de variable continua con forma de campana simétrica alrededor de la media. El área total bajo la curva vale 1 y cada probabilidad es un área.

Media (μ) y desviación típica (σ). La media es el centro de la campana. La desviación típica mide lo que se separan los valores de la media: cuanto mayor es, más ancha la campana.

Normal estándar, $Z \sim N(0,1)$. La normal de media 0 y desviación típica 1. Es la única que está tabulada.

Tipificar. Pasar un valor x de X a la escala de Z: $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$. Indica a cuántas desviaciones típicas de la media está x.

Tabla de la normal. Da $P(Z \le z)$, el área a la izquierda de z, para $z \ge 0$. La fila es la unidad y la décima; la columna, la centésima.

Simetría. La campana es simétrica respecto de 0: $P(Z < -z) = P(Z > z) = 1 - P(Z \le z)$.

Distribución binomial, $B(n;p)$. Número de éxitos en n pruebas independientes, cada una con probabilidad de éxito p. Toma los valores $0, 1, \ldots, n$.

Función de probabilidad de la binomial. $P(T = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.

Número combinatorio $\binom{n}{k}$. Maneras de elegir cuáles de las n pruebas son los k éxitos: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$. En particular $\binom{n}{0} = 1$ y $\binom{n}{1} = n$.

Suceso contrario. $P(T \ge 1) = 1 - P(T = 0)$. Ahorra sumandos cuando se pide «al menos uno».

Símbolos. $\sim$ «sigue una distribución»; $\le$ menor o igual; $\approx$ aproximadamente; $P(a \le X \le b)$ probabilidad de que X esté entre a y b.