PLANTILLA · MONOTONÍA Y EXTREMOS RELATIVOS

Función: $f(x) =$ _____

Seis pasos, siempre en este orden. Todo depende de dos preguntas: ¿dónde existe la función? ¿Qué signo tiene su derivada en cada tramo?

1 **Dominio.** Una condición por cada operación delicada.

Cociente	Logaritmo	Raíz cuadrada	Polinomio, e^x
denominador $\neq 0$	argumento > 0	radicando ≥ 0	todo $\mathbb{R}$

Condiciones: _____ Dom $f =$ _____

2 **Derivada.** $f'(x) =$ _____ $=$ _____

3 **Puntos críticos.** $f'(x) = 0 \Leftrightarrow$ _____ $\Leftrightarrow x =$ _____ ¿En el dominio? ☐

4 **Recta de signos.** La parten los puntos críticos y los que faltan en el dominio. Debajo, ↗ o ↘.



PUNTOS QUE PARTEN LA RECTA (TACHA LAS MARCAS QUE SOBREN)

Pruebas: $f'(___) =$ _____ $f'(___) =$ _____ $f'(___) =$ _____ $f'(___) =$ _____

5 **Intervalos.** Creciente en: _____ Decreciente en: _____

6 **Extremos relativos**, con abscisa y ordenada. De $-$ a $+$: mínimo. De $+$ a $-$: máximo.

En $x =$ _____ hay un _____: $f(___) =$ _____ $\Rightarrow$ punto $(___, ___)$

Antes de entregar. ¿He dado el dominio con todas sus condiciones? · ¿He partido la recta también en los puntos que no están en el dominio? · ¿Cada signo tiene su valor de prueba? · ¿He escrito los intervalos separados por «y», sin unirlos con $\cup$? · ¿Cada extremo lleva su ordenada?

EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2025-26, EXTRAORDINARIA, PREGUNTA 5.1 (2 PUNTOS)

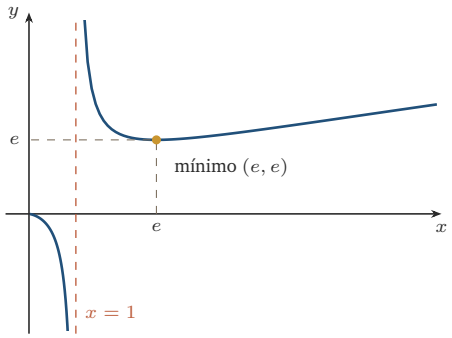
Sea la función $f(x) = \dfrac{x}{\ln(x)}$. Halle el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los extremos relativos con sus correspondientes valores.

1 **Dominio.** $\ln x$ existe si $x > 0$.
Denominador: $\ln x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.
$\text{Dom } f = (0,1) \cup (1,+\infty)$

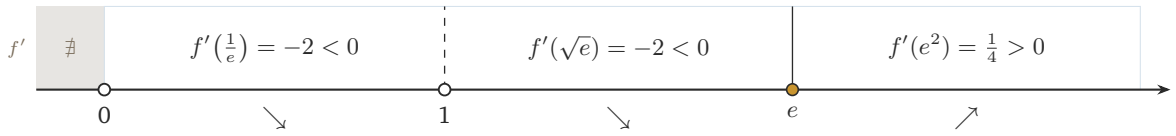
2 **Derivada.**

$$f'(x) = \frac{1 \cdot \ln x - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$$

3 **Punto crítico.** $\ln x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = e$, en el dominio.



4 **Recta de signos.** Parten la recta $x = 1$ (no existe f) y $x = e$ ($f' = 0$).



5 **Intervalos.** **Decreciente en $(0,1)$ y en $(1,e)$. Creciente en $(e,+\infty)$.**

6 **Extremos.** En $x = e$, f' pasa de negativa a positiva: mínimo relativo. $f(e) = \dfrac{e}{\ln e} = e$.

Mínimo relativo en el punto (e,e). En $x = 1$ no hay extremo: la función no existe en ese punto.

GLOSARIO

Dominio. Conjunto de valores de x para los que la fórmula de f tiene sentido.

Monotonía. Estudio de dónde crece y dónde decrece una función.

Función creciente. Al aumentar x aumenta $f(x)$. Ocurre donde $f'(x) > 0$.

Función decreciente. Al aumentar x disminuye $f(x)$. Ocurre donde $f'(x) < 0$.

Punto crítico. Valor del dominio donde $f'(x) = 0$. Es un candidato a extremo.

Recta de signos. Recta partida por los puntos críticos y por los que faltan en el dominio, con el signo de f' en cada tramo.

Valor de prueba. Un número del interior de un intervalo. El signo de f' en él es el de todo el intervalo.

Mínimo relativo. Punto del dominio donde f' pasa de negativa a positiva.

Máximo relativo. Punto del dominio donde f' pasa de positiva a negativa.

Logaritmo neperiano. $\ln x$ es el exponente al que hay que elevar e para obtener x: $\ln 1 = 0$ y $\ln e = 1$.