PLANTILLA · DEL ENUNCIADO AL SISTEMA DE ECUACIONES

Cinco pasos, siempre en este orden. Los dos primeros son el planteamiento (1,5 puntos de 2,5, a 0,5 por ecuación). Todo depende de dos preguntas: ¿qué me piden exactamente? ¿Qué igualdad esconde cada frase?

1 **Incógnitas.** Lo que se pregunta, con su unidad.

$x =$ _____ $y =$ _____ $z =$ _____

2 **Una ecuación por frase.** Busca el verbo que iguala. Después se ordena, sin decimales ni denominadores.

	Dato clave de la frase	Tal como lo dice	Ordenada
1			
2			
3			

3 **Matriz ampliada y método de Gauss.** Arriba, la ecuación con un 1 en x. Cada operación afecta a toda la fila.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} __ & __ & __ & __ \\ __ & __ & __ & __ \\ __ & __ & __ & __ \end{array}\right) \xrightarrow[F_3 - __ F_1]{F_2 - __ F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} __ & __ & __ & __ \\ 0 & __ & __ & __ \\ 0 & __ & __ & __ \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} __ & __ & __ & __ \\ 0 & __ & __ & __ \\ 0 & 0 & __ & __ \end{array}\right)$$

4 **Sustitución de abajo arriba.** $z =$ _____ $y =$ _____ $=$ _____ $x =$ _____ $=$ _____

5 **Comprobación en el enunciado y respuesta.**

Frase 1: _____ ☐ Frase 2: _____ ☐ Frase 3: _____ ☐

Respuesta con una frase: _____

Cómo se leen las frases. «A supera en 5 a B»: $A = B + 5$. · «A es menor en 5 que B»: $A = B - 5$. · «La tercera parte de A»: $\frac{A}{3}$. · «El doble de A»: $2A$. · «El 80 % de A»: $0{,}8A$. · «El resto»: todo menos lo que se acaba de nombrar. · «Tanto con… como con… se consigue lo mismo»: las dos cantidades son iguales.

EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2024-25, ORDINARIA, PREGUNTA 1.1 (2,5 PUNTOS)

En el baloncesto existen canastas que valen un punto, otras que valen dos y otras que valen tres puntos. Calcule el número de lanzamientos de uno, de dos y de tres puntos que realizó un equipo en un partido sabiendo que: • El equipo anotó 80 puntos con un acierto del 80 % en tiros de uno, del 50 % en tiros de dos y del 40 % en tiros de tres. • La tercera parte del número de lanzamientos de dos fue igual a la quinta parte del resto de lanzamientos. • El doble del número de lanzamientos de tres es menor en cinco unidades al resto de lanzamientos.

1 **Incógnitas.** x = número de lanzamientos de un punto, y = de dos puntos, z = de tres puntos.

2 **Ecuaciones.**

	Dato clave de la frase	Tal como lo dice	Ordenada
1	80 puntos = acierto · tiros · valor	$0{,}8x \cdot 1 + 0{,}5y \cdot 2 + 0{,}4z \cdot 3 = 80$	$4x + 5y + 6z = 400$
2	El resto es $x + z$	$\dfrac{y}{3} = \dfrac{x+z}{5}$	$3x - 5y + 3z = 0$
3	El resto es $x + y$	$2z = x + y - 5$	$x + y - 2z = 5$

3 **Gauss.** Con la tercera ecuación arriba:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 3 & -5 & 3 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 400 \end{array}\right) \xrightarrow[F_3-4F_1]{F_2-3F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & -8 & 9 & -15 \\ 0 & 1 & 14 & 380 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2+8F_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 14 & 380 \\ 0 & 0 & 121 & 3.025 \end{array}\right)$$

4 **Sustitución.** $z = \dfrac{3.025}{121} = 25$; $y = 380 - 14 \cdot 25 = 30$; $x = 5 - 30 + 2 \cdot 25 = 25$.

5 **Comprobación.** $0{,}8 \cdot 25 + 0{,}5 \cdot 30 \cdot 2 + 0{,}4 \cdot 25 \cdot 3 = 20 + 30 + 30 = 80$; $\dfrac{30}{3} = 10 = \dfrac{50}{5}$; $2 \cdot 25 = 50 = 55 - 5$.

El equipo realizó 25 lanzamientos de uno, 30 de dos y 25 de tres.

GLOSARIO

Incógnita. Cantidad desconocida que se pregunta. Se nombra con una letra y se define con palabras y unidades.

Ecuación lineal. Igualdad en la que las incógnitas aparecen solo multiplicadas por números y sumadas.

Sistema 3×3. Tres ecuaciones lineales con tres incógnitas. La solución cumple las tres a la vez.

Matriz ampliada. Tabla con los coeficientes del sistema y, tras una barra, los términos independientes.

Método de Gauss. Hace ceros debajo de la diagonal con operaciones entre filas hasta dejar el sistema escalonado.

Operaciones elementales. Intercambiar filas, multiplicar una fila por un número distinto de 0 y sumarle un múltiplo de otra.

Pivote. Primer número distinto de 0 de cada fila en la matriz escalonada.

Sistema escalonado. Cada ecuación tiene una incógnita menos que la anterior. Se resuelve de abajo arriba.

Sistema compatible determinado. El que tiene solución única. En la escalonada hay tantos pivotes como incógnitas.

Comprobar en el enunciado. Sustituir la solución en las frases originales. Detecta también las ecuaciones mal planteadas.