PLANTILLA · DE LA BINOMIAL A LA NORMAL

Se pide la probabilidad de que: _____

Seis pasos. Todo depende de una pregunta: ¿qué normal sustituye a mi binomial, y en qué punto exacto corto la campana?

1 **La binomial.** Se define la variable con palabras y se escribe su distribución.

$X =$ «_____» $\qquad X \sim B(____;\ ____)$

2 **Condiciones.** $np = ____ \geq 5 \qquad nq = ____ \geq 5 \qquad (q = 1 - p)$

3 **La normal.** Misma media y misma desviación típica.

$\mu = np = ____ \qquad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{____} = ____ \qquad X \approx X' \sim N(____;\ ____)$

4 **Frase, desigualdad y corrección por continuidad.** El corte va en el borde de la última barra que se quiere.

El enunciado dice	Binomial	Normal, con la corrección
al menos k, como mínimo k	$P(X \geq k)$	$P(X' \geq k - 0{,}5)$
más de k	$P(X > k)$	$P(X' \geq k + 0{,}5)$
como mucho k, no más de k	$P(X \leq k)$	$P(X' \leq k + 0{,}5)$
menos de k	$P(X < k)$	$P(X' \leq k - 0{,}5)$
exactamente k	$P(X = k)$	$P(k - 0{,}5 \leq X' \leq k + 0{,}5)$
entre a y b, los dos incluidos	$P(a \leq X \leq b)$	$P(a - 0{,}5 \leq X' \leq b + 0{,}5)$

$P(X ____) \approx P(X' ____)$

5 **Tipificar el valor corregido.** $z = \dfrac{____ - \mu}{\sigma} = ____ = ____$ (con su signo)

6 **Dibujo, tabla y frase.** La tabla da $P(Z \leq z)$ para $z \geq 0$.

$P(Z \geq z) = 1 - P(Z \leq z) \qquad P(Z \geq -z) = P(Z \leq z) \qquad P(Z \leq -z) = 1 - P(Z \leq z)$

Probabilidad = _____ Frase: _____

Antes de entregar. ¿He escrito la variable y su binomial? · ¿El segundo parámetro de la normal es σ, con la raíz hecha? · ¿He traducido la frase a una desigualdad con números enteros? · ¿La corrección incluye justo las barras que se piden? · ¿He tipificado el valor corregido? · ¿El resultado cuadra con el dibujo (más o menos de 0,5)?

EJEMPLO RESUELTO · PAU MADRID 2022-23, EXTRAORDINARIA, PREGUNTA B.4 c) (1 PUNTO)

El 65 % de los universitarios de 18 años que intentan superar el examen práctico de conducir lo consigue a la primera. [...] c) Aproximando por una distribución normal, determinar la probabilidad de que, dados 60 de estos universitarios, como mínimo la mitad superase el examen práctico de conducir a la primera.

1. **Binomial.** $Y =$ «número de universitarios, de entre 60, que aprueban a la primera». $Y \sim B(60;\ 0{,}65)$

2. **Condiciones.** $np = 60 \cdot 0{,}65 = 39 \geq 5 \qquad nq = 60 \cdot 0{,}35 = 21 \geq 5$

3. **Normal.** $\mu = np = 39; \quad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{13{,}65} \approx 3{,}69; \quad Y \approx Y' \sim N(39;\ 3{,}69)$

4. **Corrección.** «Como mínimo la mitad» es $Y \geq 30$. La barra del 30 empieza en 29,5.
   $P(Y \geq 30) \approx P(Y' \geq 29{,}5)$

5. **Tipificar.** $z = \dfrac{29{,}5 - 39}{3{,}69} = \dfrac{-9{,}5}{3{,}69} \approx -2{,}57$

6. **Tabla.** $P(Y' \geq 29{,}5) = P(Z \geq -2{,}57) = P(Z \leq 2{,}57) = \mathbf{0{,}9949}$

   La probabilidad de que como mínimo la mitad aprobase a la primera es 0,9949.

   Valor exacto con la binomial: 0,9941. Sin la corrección, cortando en 30, saldría 0,9927 y se perderían 0,25 puntos.

GLOSARIO

Distribución binomial. $B(n;\ p)$: número de éxitos en n ensayos independientes, cada uno con probabilidad p de éxito.

Distribución normal. $N(\mu;\ \sigma)$: variable continua con forma de campana, centrada en la media μ y con desviación típica σ.

Aproximación por la normal. Si $np \geq 5$ y $nq \geq 5$, $B(n;\ p)$ se calcula con $N\left(np;\ \sqrt{npq}\right)$.

Media de la binomial. $\mu = np$. Es el número de éxitos esperado.

Varianza y desviación típica. En la binomial la varianza es npq y la desviación típica, su raíz cuadrada.

Corrección por continuidad. Ajuste de medio escalón, $\pm 0{,}5$, al pasar de una variable que cuenta a una que mide.

Variable discreta. La que solo toma valores aislados, como 29, 30, 31. La binomial lo es.

Variable continua. La que toma cualquier valor de un intervalo. La normal lo es.

Tipificar. Pasar de X a $Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$, que sigue una $N(0;\ 1)$, la de la tabla.

Simetría de la campana. $P(Z \geq -z) = P(Z \leq z)$. El área a un lado se refleja en el otro.