PLANTILLA DE MÉTODO · OPTIMIZACIÓN

Nombre: _____ Ejercicio: _____ Fecha: _____

La pregunta de todo problema de optimización: **¿qué cantidad quiero hacer máxima o mínima, y de qué depende?** La condición del enunciado deja la función con una sola letra. La derivada encuentra el punto.

A · DEL ENUNCIADO A LA FUNCIÓN

1. **¿Qué se optimiza?** _____ ☐ máximo ☐ mínimo
2. **Variable:** $x =$ _____
   con x entre _____ y _____
3. **Condición** del enunciado: _____
   $\Rightarrow$ la otra letra = _____
4. **Función** de una sola variable:
   $f(x) =$ _____

Dibujo o esquema, con las letras puestas

B · EL PUNTO CRÍTICO

5. **Derivada:** $f'(x) =$ _____
6. $f'(x) = 0$: _____ $\Rightarrow$ $x =$ _____ Descarto $x =$ _____ porque _____

C · COMPROBAR Y RESPONDER

7. **Signo de** f' a los dos lados: $f'($____$) =$ _____ $f'($____$) =$ _____
   De $-$ a $+$: ☐ mínimo De $+$ a $-$: ☐ máximo
8. **Lo que pregunta el enunciado:** otra medida = _____ valor óptimo: $f($____$) =$ _____
9. **Frase final, con unidades:** _____

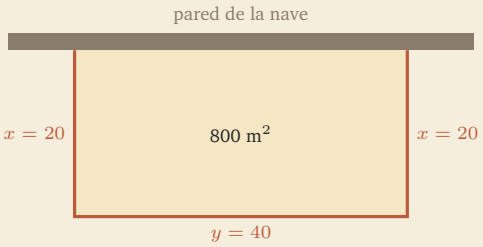
Repasa antes de entregar: ☐ he dicho qué es la x ☐ la función tiene una sola letra ☐ he descartado las soluciones sin sentido con una frase ☐ he justificado el máximo o el mínimo ☐ respondo a lo que se pregunta ☐ unidades.

LA PLANTILLA RELLENA · LA VALLA MÁS CORTA (LECCIÓN 18)

Una bodega quiere cercar, junto a la pared de su nave, una zona rectangular de 800 m^2. La pared hace de uno de los lados. a) Exprese los metros de valla en función de la anchura x (1 punto). b) Halle las dimensiones que hacen mínima la valla y justifique que es un mínimo (1,5 puntos). c) Si el metro de valla cuesta 15 €, ¿cuál es el coste mínimo? (0,5 puntos)

A · DEL ENUNCIADO A LA FUNCIÓN

1. Se optimizan los metros de valla. Mínimo.
2. x: lados perpendiculares a la pared, en m, con $x > 0$. y: lado paralelo.
3. Superficie: $x \cdot y = 800 \Rightarrow y = \dfrac{800}{x}$.
4. Dos lados x y un lado y: $\boldsymbol{L(x) = 2x + \dfrac{800}{x}}$.

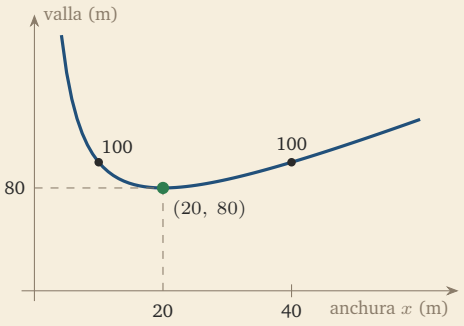


B · EL PUNTO CRÍTICO

5. $L(x) = 2x + 800\,x^{-1} \Rightarrow L'(x) = 2 - \dfrac{800}{x^2}$
6. $2 - \dfrac{800}{x^2} = 0 \Rightarrow 2x^2 = 800 \Rightarrow x^2 = 400 \Rightarrow x = 20$. Se descarta $x = -20$: es una longitud.

C · COMPROBAR Y RESPONDER

7. $L'(10) = 2 - 8 = -6 < 0$ $\quad L'(40) = 2 - 0{,}5 = 1{,}5 > 0$
   De $-$ a $+$: la valla baja y después sube. **Mínimo**.
8. $y = \dfrac{800}{20} = 40$. $\quad L(20) = 40 + 40 = 80$ m.
9. b) La zona debe medir **20 m por 40 m**, con el lado de 40 m paralelo a la pared.
   c) $80 \cdot 15 = 1.200$. El coste mínimo es de **1.200 €**.



GLOSARIO

Optimizar. Encontrar el valor de una variable que hace máxima o mínima una cantidad.

Variable. Lo que se puede elegir en el problema. Se le pone nombre, x, y se dice entre qué valores se mueve.

Condición. Dato fijo del enunciado que relaciona dos letras y permite despejar una.

Función objetivo. La cantidad que se quiere hacer máxima o mínima, escrita con una sola variable.

Punto crítico. Valor de x en el que la derivada vale cero. La tangente es horizontal.

Máximo relativo. Punto en el que la función pasa de crecer a decrecer: f' cambia de $+$ a $-$.

Mínimo relativo. Punto en el que la función pasa de decrecer a crecer: f' cambia de $-$ a $+$.

Número de prueba. Valor que se sustituye en la derivada para conocer su signo en una zona.

Ingreso. Precio por cantidad vendida.

Coste medio. Coste total entre el número de unidades: lo que cuesta cada una.