PLANTILLA DE MÉTODO · ASÍNTOTAS DE UNA FUNCIÓN RACIONAL

Nombre: _____ Ejercicio: _____ Fecha: _____

Dos preguntas a la función: **¿qué pasa cerca de los valores prohibidos?** (asíntotas verticales) y **¿qué pasa muy lejos?** (asíntota horizontal). Las dos se contestan con un límite.

A · ASÍNTOTA VERTICAL

1 **Función.** $f(x) = \dfrac{\quad}{\quad}$ **Denominador** $= 0$**:** _____ $\Rightarrow x =$ _____

Numerador en ese punto: _____ ☐ distinto de 0: hay asíntota vertical ☐ igual a 0: es $\frac{0}{0}$, se simplifica

2 **Límites laterales**, con el signo del denominador a cada lado.

	Valor de prueba	Signo del numerador	Signo del denominador	Límite
Por la izquierda				☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$
Por la derecha				☐ $+\infty$ ☐ $-\infty$

Asíntota vertical: $x =$ _____

B · ASÍNTOTA HORIZONTAL

3 **Grados.** Numerador: grado ____, coeficiente principal _____. Denominador: grado ____, coeficiente principal _____.

☐ menor arriba: límite 0 ☐ iguales: límite $= \dfrac{\quad}{\quad} =$ _____ ☐ mayor arriba: no hay horizontal

Asíntota horizontal: $y =$ _____

C · ESBOZO E INTERPRETACIÓN

4 **Cortes.** Con X, numerador $= 0$: $x =$ _____.
Con Y: $f(0) =$ _____.
Otros puntos: (____, ____) (____, ____)

5 **Esbozo**: asíntotas en discontinuo y con su ecuación, cortes, y una rama a cada lado de la vertical.

6 **Interpretación** de la horizontal, si hay contexto:
«Por mucho que _____,
_____».

Repasa antes de entregar: ☐ vertical desde el denominador ☐ dos laterales estudiados ☐ grados comparados ☐ asíntotas escritas como rectas, $x = \ldots$ e $y = \ldots$ ☐ la curva no cruza la asíntota vertical ☐ interpretación con unidades.

LA PLANTILLA RELLENA · EL TALLER CAPA A CAPA (LECCIÓN 16)

El taller de impresión 3D Capa a Capa tiene 600 € de gastos fijos al mes y cada pieza le cuesta 4 € de material. El coste medio por pieza al fabricar x piezas es $M(x) = \dfrac{4x + 600}{x}$ euros. a) Asíntota vertical y comportamiento (1 punto). b) Asíntota horizontal e interpretación (1 punto). c) ¿Cuántas piezas para que el coste medio sea menor que 5 €? (0,5). d) Esbozo para $x > 0$ (0,5).

A · ASÍNTOTA VERTICAL

1. Denominador $= 0$: $x = 0$. Allí el numerador vale $600 \neq 0$. En el problema, además, $x > 0$.

2. Por la derecha, con $x = 0{,}1$: numerador positivo y denominador positivo y muy pequeño. $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{4x + 600}{x} = +\infty$.
   Asíntota vertical: $x = 0$. Por la izquierda no se estudia: no hay producciones negativas.
   «Si fabrica muy pocas piezas, el coste medio se dispara, porque los 600 € fijos se reparten entre casi nada».

B · ASÍNTOTA HORIZONTAL

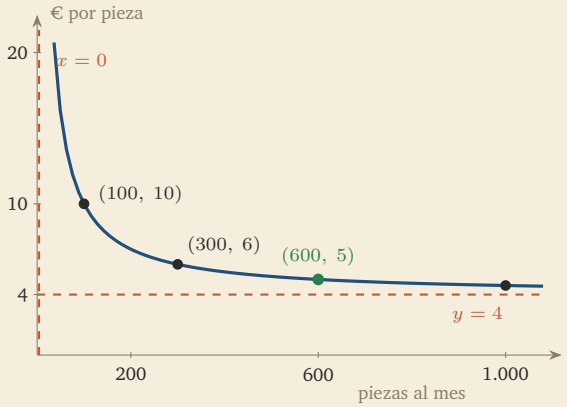
3. Numerador y denominador de grado 1, con coeficientes principales 4 y 1. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{4x + 600}{x} = \dfrac{4}{1} = 4$. **Asíntota horizontal:** $y = 4$.

C · ESBOZO E INTERPRETACIÓN

4. No corta a los ejes para $x > 0$. Puntos: $M(100) = 10$; $M(300) = 6$; $M(600) = 5$; $M(1.000) = 4{,}60$.

6. «Por muchas piezas que fabrique, el coste medio se acerca a **4 € por pieza** sin alcanzarlos. Es el coste del material».

Apartado c): como $x > 0$, $\dfrac{4x + 600}{x} < 5 \Rightarrow 4x + 600 < 5x \Rightarrow x > 600$. «Debe fabricar **más de 600 piezas** al mes».



GLOSARIO

Función racional. Cociente de dos polinomios.

Asíntota. Recta a la que la gráfica se acerca cada vez más sin confundirse con ella.

Asíntota vertical. Recta $x = a$, cuando la función tiende a infinito al acercarse x a a.

Asíntota horizontal. Recta $y = L$, cuando la función se acerca a L al crecer x sin límite.

Asíntota oblicua. Recta inclinada $y = mx + n$. Aparece cuando el numerador tiene un grado más que el denominador.

Límite en el infinito. Valor al que se acerca la función cuando x se hace enorme.

Coeficiente principal. Número que acompaña al término de mayor grado de un polinomio.

Límite infinito. Los valores de la función crecen o decrecen sin tope.

Coste medio. Coste total dividido entre el número de unidades fabricadas.

Coste fijo y coste variable. El que no depende de la producción, y el que se añade por cada unidad.