PLANTILLA DE MÉTODO · INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON TABLA DE SIGNOS

Nombre: _____ Ejercicio: _____ Fecha: _____

La pregunta que ordena el ejercicio: **¿dónde cambia de signo el polinomio?** Solo puede hacerlo en sus raíces. Entre dos raíces seguidas, el signo es siempre el mismo.

A · PLANTEAR

1. **La frase como inecuación.** «Obtiene beneficio», «supera» $\to >$. «Al menos», «como mínimo» $\to \geq$. «Menos de» $\to <$. «Como máximo», «no pasa de» $\to \leq$.
   Inecuación: _____

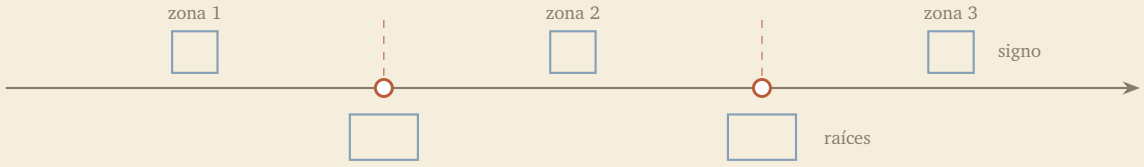
2. **Todo a un miembro**, comparado con 0. Si el coeficiente de x^2 es negativo, se multiplica por -1 y **cambia el sentido**.
   _____ $\xrightarrow{\cdot(-1)}$ _____

B · RAÍCES Y TABLA DE SIGNOS

3. **Raíces** del polinomio (con el signo igual): $x = \dfrac{____ \pm \sqrt{_____}}{____} \Rightarrow x_1 = _____ \quad x_2 = _____$

4. **Tabla.** Las raíces parten la recta en tres zonas. Un número de prueba en cada una.

Zona	$(-\infty,$ ____$)$	(____, ____)	(____, $+\infty)$
Número de prueba			
Valor del polinomio			
Signo			



C · ELEGIR, COMPROBAR Y RESPONDER

5. **Zonas con el signo pedido.** La inecuación del paso 2 pide signo _____. ¿Lleva el igual? ☐ sí: corchetes ☐ no: paréntesis
   Solución: $x \in$ _____

6. **Comprobación en la expresión del enunciado**, con un número de la solución y otro de fuera.
   Dentro: _____ ☐ Fuera: _____ ☐

7. **Frase con unidades.** «_____».

Repasa antes de entregar: ☐ símbolo bien elegido ☐ cambio de sentido al multiplicar por un negativo ☐ la respuesta es un intervalo ☐ zona leída con la inecuación transformada ☐ extremos según lleve o no el igual ☐ infinito con paréntesis ☐ frase con unidades.

LA PLANTILLA RELLENA · LA HELADERÍA TRAMONTANA (LECCIÓN 7)

El beneficio semanal de la heladería Tramontana, en cientos de euros, es $B(x) = -x^2 + 12x - 20$, donde x son los cientos de helados vendidos en la semana. a) ¿Para qué ventas obtiene beneficio? (1,5 puntos). b) ¿Para qué ventas el beneficio es de al menos 1.200 €? (1 punto).

APARTADO A)

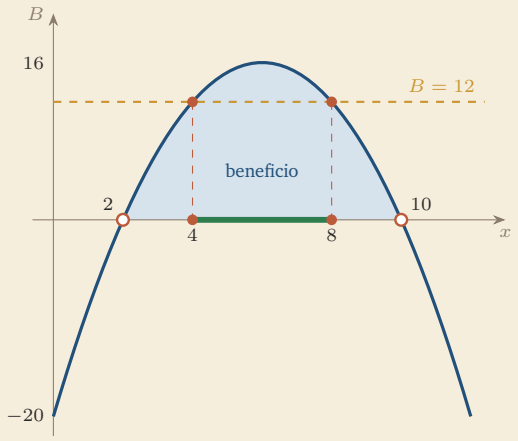
1. «Obtiene beneficio»: $B(x) > 0$, es decir, $-x^2 + 12x - 20 > 0$.
2. $-x^2 + 12x - 20 > 0 \xrightarrow{\cdot(-1)} x^2 - 12x + 20 < 0$. Cambian los tres signos y el sentido.
3. $x = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{2} = \dfrac{12 \pm 8}{2} \Rightarrow x_1 = 2,\ x_2 = 10.$
4.

Zona	$(-\infty,\ 2)$	$(2,\ 10)$	$(10,\ +\infty)$
Número de prueba	0	5	12
Valor de $x^2 - 12x + 20$	20	$25 - 60 + 20 = -15$	$144 - 144 + 20 = 20$
Signo	$+$	$-$	$+$

5. Se pide signo negativo, sin el igual: $x \in (2,\ 10)$.
6. Dentro: $B(5) = -25 + 60 - 20 = 15 > 0$. Fuera: $B(1) = -1 + 12 - 20 = -9 < 0$.
7. «La heladería obtiene beneficio si vende **entre 200 y 1.000 helados a la semana**, sin llegar a esas dos cantidades».

APARTADO B)

1. 1.200 € son 12 cientos. «Al menos»: $B(x) \geq 12$.
2. $-x^2 + 12x - 32 \geq 0 \xrightarrow{\cdot(-1)} x^2 - 12x + 32 \leq 0$.
3. $x = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 128}}{2} = \dfrac{12 \pm 4}{2} \Rightarrow 4$ y 8.
4. En $x = 6$: $36 - 72 + 32 = -4$. Negativo entre las raíces y positivo fuera.
5. Signo negativo, con el igual: $x \in [4,\ 8]$.
6. $B(4) = -16 + 48 - 20 = 12$. $B(6) = 16 \geq 12$.
7. «Gana al menos 1.200 € si vende **entre 400 y 800 helados**, ambas cantidades incluidas».



GLOSARIO

Inecuación. Desigualdad con una incógnita. Su solución es un conjunto de números, casi siempre un intervalo.

Sentido de la desigualdad. Hacia dónde apunta el símbolo. Cambia al multiplicar o dividir por un número negativo.

Raíz. Valor de x que anula el polinomio. Es la frontera entre dos zonas.

Zona. Cada tramo en que las raíces dividen la recta. Dentro de una zona el signo no cambia.

Número de prueba. Número cualquiera de una zona, que se sustituye para conocer el signo en toda ella.

Tabla de signos. Tabla con las zonas, un número de prueba de cada una y el signo que resulta.

Intervalo abierto $(a,\ b)$**.** Los números entre a y b, sin los extremos.

Intervalo cerrado $[a,\ b]$**.** Los números entre a y b, con los extremos.

Unión $(\cup)$**.** Se usa cuando la solución está formada por dos tramos separados.

Desigualdad estricta. La que no lleva el igual: $<$ o $>$. Deja fuera los extremos.