BLOQUE IV · ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Unidad 16

Distribuciones binomial y normal

Variable aleatoria · distribución binomial · media y desviación típica · distribución normal · tabla de la $N(0,\ 1)$ · tipificación · aproximación de la binomial por la normal · siete ejercicios resueltos, quince propuestos y un ejercicio de síntesis



Por qué esta unidad. Muchos fenómenos distintos reparten sus probabilidades de la misma manera. Contar cuántos clientes de un grupo compran, cuántas piezas de un lote fallan o cuántos votantes de una muestra apoyan una propuesta es siempre el mismo problema: la binomial. Y las estaturas, los errores de medida o los tiempos de entrega se agrupan alrededor de su media con la misma forma de campana: la normal. Conocer estos dos modelos ahorra rehacer el cálculo cada vez.

Qué vas a saber hacer al terminar

Apartado	Ejercicio tipo
1. Binomial	reconocer una $B(n,\ p)$ y calcular $P(X = k)$
2. Parámetros	hallar la media y la desviación típica de una binomial
3. Tabla normal	leer probabilidades en la tabla de la $N(0,\ 1)$
4. Tipificar	calcular probabilidades en una $N(\mu,\ \sigma)$
5. Aproximar	resolver una binomial con n grande mediante la normal

1. Teoría

1.1 · Variable aleatoria

Una **variable aleatoria** asigna un número a cada resultado de un experimento. Es **discreta** si toma valores aislados, como el número de clientes que compran, y **continua** si puede tomar cualquier valor de un intervalo, como un peso o un tiempo. Su **distribución de probabilidad** indica cómo se reparte la probabilidad, que en total vale 1, entre esos valores.

1.2 · La distribución binomial

PARA MEMORIZAR

Una variable X sigue una **distribución binomial** $B(n,\ p)$ si cuenta el número de éxitos en un experimento que cumple tres condiciones:

- Se repite n veces la misma prueba.
- Cada prueba tiene dos resultados: éxito, con probabilidad p, y fracaso, con probabilidad $q = 1 - p$.
- Las pruebas son independientes: p no cambia de una a otra.

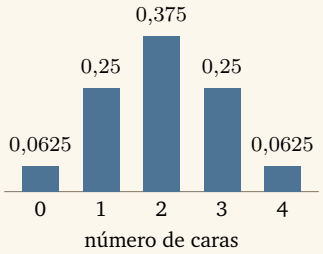
$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k\, q^{n-k} \qquad \text{con} \qquad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

Media: $\mu = n \cdot p$ Desviación típica: $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$

El **número combinatorio** $\binom{n}{k}$ cuenta de cuántas maneras se pueden colocar k éxitos en n pruebas.

En la calculadora es la tecla nCr. El producto $p^k q^{n-k}$ es la probabilidad de una de esas ordenaciones, por la regla del producto de la unidad 15.

Ejemplo. Se lanza una moneda 4 veces y X cuenta las caras: X es $B(4;\ 0{,}5)$.
$P(X=2) = \binom{4}{2} \cdot 0{,}5^2 \cdot 0{,}5^2 = 6 \cdot 0{,}0625 = 0{,}375$.
Las cinco probabilidades suman 1:
$0{,}0625 + 0{,}25 + 0{,}375 + 0{,}25 + 0{,}0625 = 1$.
Media: $\mu = 4 \cdot 0{,}5 = 2$ caras. $\sigma = \sqrt{4 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5} = 1$.





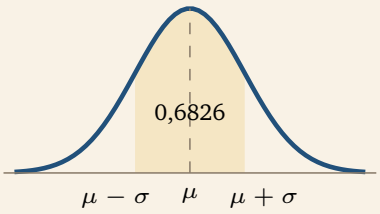
TRUCO · «AL MENOS UNO» POR EL CONTRARIO
$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$, y $P(X=0) = q^n$. Una sola potencia sustituye a la suma de todos los demás casos.

1.3 · La distribución normal

PARA MEMORIZAR

Una variable continua X sigue una **distribución normal** $N(\mu,\ \sigma)$ si su curva de probabilidad es la campana de Gauss, con centro en la media μ y anchura marcada por la desviación típica σ.

- La probabilidad es el **área** bajo la curva. El área total vale 1.
- La curva es **simétrica** respecto a μ: a cada lado queda 0,5.
- En una variable continua, $P(X=a) = 0$. Da igual escribir $<$ que $\leq$.

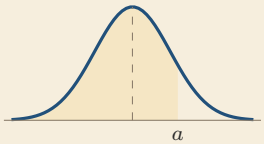


1.4 · La tabla de la $N(0,\ 1)$

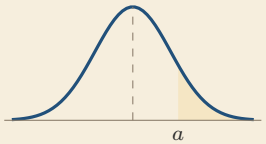
La normal de media 0 y desviación típica 1 se llama **normal estándar** y se escribe Z. Su tabla, al final de estos apuntes, da $P(Z \leq a)$ para valores positivos de a: la fila son las unidades y las décimas, y la columna, las centésimas. Todo lo demás se obtiene con el contrario y con la simetría.

PARA MEMORIZAR

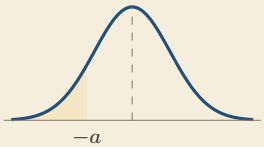
A la izquierda	$P(Z \leq a)$	se lee en la tabla
A la derecha	$P(Z > a) = 1 - P(Z \leq a)$	contrario
Valor negativo	$P(Z \leq -a) = 1 - P(Z \leq a)$	simetría
Entre dos valores	$P(a < Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a)$	resta de áreas



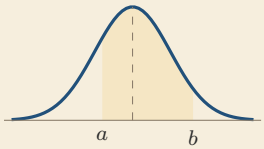
$P(Z \leq a)$



$P(Z > a)$



$P(Z \leq -a)$



$P(a < Z \leq b)$

1.5 · Tipificar

PARA MEMORIZAR

Para calcular probabilidades en una $N(\mu,\ \sigma)$ se pasa a la normal estándar. **Tipificar** es medir a cuántas desviaciones típicas de la media está un valor:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \qquad\qquad P(X \leq x) = P\left(Z \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

Ejemplo. X es $N(50,\ 10)$. $P(X \leq 62) = P\left(Z \leq \dfrac{62 - 50}{10}\right) = P(Z \leq 1{,}2) = 0{,}8849$.

1.6 · Aproximación de la binomial por la normal

PARA MEMORIZAR

Con n grande, la fórmula de la binomial obliga a sumar demasiados términos. Si $n \cdot p \geq 5$ y $n \cdot q \geq 5$, la binomial se parece a una normal con su misma media y su misma desviación típica:

$$B(n,\ p) \ \approx\ N(n \cdot p,\ \sqrt{n \cdot p \cdot q})$$



CONEXIÓN · LAS ENCUESTAS

Cuando un sondeo pregunta a 1.000 personas, el número de respuestas afirmativas es una binomial con $n = 1.000$. Nadie suma mil términos: se aproxima por una normal. De ahí salen los márgenes de error que acompañan a las encuestas, que estudiarás en 2.º de Bachillerato.

2. Ejercicios resueltos

Siete ejercicios tipo, de menos a más. Cada solución sigue el mismo orden: planteamiento, desarrollo, resultado y conclusión. Las probabilidades se dan con cuatro decimales.

RESUELTO 1 · Reconocer una binomial

El 20 % de los clientes de una cafetería pide el café para llevar. Se observa a 5 clientes elegidos al azar. Justifica que el número de clientes que piden para llevar sigue una binomial, indica sus parámetros y calcula $\binom{5}{2}$ y $\binom{8}{3}$.

Desarrollo. Se repite 5 veces la misma prueba, observar a un cliente. Cada prueba tiene dos resultados: pide para llevar, con $p = 0{,}2$, o no, con $q = 0{,}8$. Los clientes son independientes. Por tanto, X es $B(5;\ 0{,}2)$.

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10. \qquad \binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{6} = 56.$$

Conclusión. X es $\mathbf{B(5;\ 0{,}2)}$; $\binom{5}{2} = \mathbf{10}$ y $\binom{8}{3} = \mathbf{56}$.

RESUELTO 2 · Probabilidad de un valor

En la cafetería anterior, calcula la probabilidad de que exactamente 2 de los 5 clientes pidan para llevar.

Planteamiento. X es $B(5;\ 0{,}2)$ y se pide $P(X = 2)$: 2 éxitos y 3 fracasos.

Desarrollo. $P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^3 = 10 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}512 = 0{,}2048$.

Conclusión. La probabilidad es $\mathbf{0{,}2048}$: ocurre en uno de cada cinco grupos de cinco clientes, aproximadamente.

RESUELTO 3 · «Como mucho» y «al menos»

El 40 % de los pedidos de una tienda online usa un cupón de descuento. Se eligen 6 pedidos al azar. Calcula la probabilidad de que: a) como mucho uno use cupón; b) al menos uno use cupón.

Planteamiento. X es $B(6;\ 0{,}4)$, con $q = 0{,}6$. «Como mucho uno» es $X \leq 1$: los casos 0 y 1. «Al menos uno» es $X \geq 1$: el contrario de $X = 0$.

Desarrollo. $P(X = 0) = 0{,}6^6 = 0{,}0467$. $\quad P(X = 1) = \binom{6}{1} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^5 = 6 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}07776 = 0{,}1866$.

a) $P(X \leq 1) = 0{,}0467 + 0{,}1866 = 0{,}2333$. $\quad$ b) $P(X \geq 1) = 1 - 0{,}0467 = 0{,}9533$.

Conclusión. a) $\mathbf{0{,}2333}$; b) $\mathbf{0{,}9533}$.

RESUELTO 4 · Media y desviación típica

Una máquina produce un 10 % de piezas con algún defecto. En un lote de 400 piezas, ¿cuántas defectuosas se esperan? ¿Con qué desviación típica?

Desarrollo. X es $B(400;\ 0{,}1)$. $\mu = 400 \cdot 0{,}1 = 40$. $\sigma = \sqrt{400 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} = \sqrt{36} = 6$.
Conclusión. Se esperan **40 piezas defectuosas**, con una desviación típica de **6 piezas**. Un lote con 46 defectuosas entra dentro de lo habitual. Uno con 70 indicaría que algo ha cambiado en la máquina.

RESUELTO 5 · La tabla de la $N(0,\ 1)$

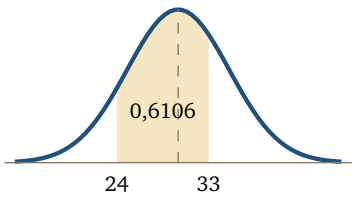
Calcula: a) $P(Z \leq 1{,}25)$; b) $P(Z > 0{,}8)$; c) $P(Z \leq -1{,}5)$; d) $P(-1 < Z \leq 2)$.

Desarrollo. a) Fila 1,2 y columna 0,05: $P(Z \leq 1{,}25) = 0{,}8944$.
b) Contrario: $P(Z > 0{,}8) = 1 - P(Z \leq 0{,}8) = 1 - 0{,}7881 = 0{,}2119$.
c) Simetría: $P(Z \leq -1{,}5) = 1 - P(Z \leq 1{,}5) = 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$.
d) Resta de áreas: $P(Z \leq 2) - P(Z \leq -1) = 0{,}9772 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}9772 - 0{,}1587 = 0{,}8185$.
Conclusión. a) $\mathbf{0{,}8944}$; b) $\mathbf{0{,}2119}$; c) $\mathbf{0{,}0668}$; d) $\mathbf{0{,}8185}$.

RESUELTO 6 · Tipificar

El tiempo que tarda un repartidor en entregar un pedido sigue una distribución normal de media 30 minutos y desviación típica 5 minutos. Calcula la probabilidad de que un pedido tarde: a) menos de 38 minutos; b) más de 36 minutos; c) entre 24 y 33 minutos.

Planteamiento. X es $N(30,\ 5)$. Cada valor se tipifica con $Z = \dfrac{X - 30}{5}$.



Desarrollo. a) $P(X < 38) = P\left(Z < \dfrac{38 - 30}{5}\right) = P(Z < 1{,}6) = 0{,}9452$.
b) $P(X > 36) = P(Z > 1{,}2) = 1 - 0{,}8849 = 0{,}1151$.
c) $P(24 < X < 33) = P(-1{,}2 < Z < 0{,}6) = P(Z < 0{,}6) - P(Z < -1{,}2) = 0{,}7257 - (1 - 0{,}8849) = 0{,}7257 - 0{,}1151 = 0{,}6106$.
Resultado. a) $0{,}9452$; b) $0{,}1151$; c) $0{,}6106$.
Conclusión. El 94,52 % de los pedidos llega en menos de 38 minutos, el 11,51 % tarda más de 36 y el 61,06 % tarda entre 24 y 33 minutos.

RESUELTO 7 · Una binomial que se aproxima por la normal

El 20 % de los visitantes de una tienda online termina comprando. Un día entran 100 visitantes. Calcula la probabilidad de que: a) compren como mucho 26; b) compren más de 24.

Planteamiento. X es $B(100;\ 0{,}2)$. Sumar 27 términos no es razonable. Se comprueba si se puede aproximar: $n \cdot p = 20 \geq 5$ y $n \cdot q = 80 \geq 5$.

Desarrollo. $\mu = 100 \cdot 0{,}2 = 20$. $\sigma = \sqrt{100 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8} = \sqrt{16} = 4$. Se trabaja con X', que es $N(20,\ 4)$.

a) $P(X \leq 26) \approx P\left(Z \leq \dfrac{26-20}{4}\right) = P(Z \leq 1{,}5) = 0{,}9332$.

b) $P(X > 24) \approx P(Z > 1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$.

Resultado. a) $0{,}9332$; b) $0{,}1587$.

Conclusión. Es muy probable, un 93,32 %, que las compras no pasen de 26. Solo en el 15,87 % de los días con 100 visitantes se superarán las 24 compras.

Errores que hacen perder puntos en esta unidad

- Intercambiar los exponentes: p lleva el número de éxitos y q, el de fracasos.
- Olvidar el número combinatorio y dar la probabilidad de una sola ordenación.
- Leer «al menos uno» como «exactamente uno».
- Dar la varianza, $n \cdot p \cdot q$, como desviación típica: falta la raíz.
- Dar el valor de la tabla cuando se pide la cola de la derecha: falta restar de 1.
- Buscar un valor negativo en la tabla: se usa la simetría.
- Tipificar dividiendo entre la media, o sin restarla.
- Aproximar por la normal sin comprobar $n \cdot p \geq 5$ y $n \cdot q \geq 5$.

3. Ejercicios propuestos

Soluciones en el apartado 5, con la resolución completa de los ejercicios 13 y 14.

NIVEL 1 · PRACTICAR

1. Calcula $\binom{6}{2}$, $\binom{7}{3}$ y $\binom{10}{1}$.

2. Indica si cada variable sigue una binomial y, si es así, sus parámetros: a) número de seises al lanzar un dado 10 veces; b) número de bolas rojas al sacar 3 bolas, sin devolverlas, de una urna con 5 rojas y 5 azules; c) número de aciertos al responder al azar 20 preguntas de verdadero o falso.

3. Si X es $B(4;\ 0{,}5)$, calcula $P(X = 2)$.

4. Con la tabla de la $N(0,\ 1)$, calcula $P(Z \leq 0{,}84)$, $P(Z \leq 2{,}1)$ y $P(Z > 1{,}3)$.

5. X es $N(50,\ 10)$. Tipifica los valores $x = 65$ y $x = 42$.

NIVEL 2 · APLICAR

6. Un test tiene 6 preguntas con 4 opciones cada una, y un alumno responde todas al azar. Calcula la probabilidad de que acierte: a) exactamente una; b) ninguna; c) al menos una.

7. X es $B(8;\ 0{,}5)$. Calcula $P(X = 4)$, la media y la desviación típica.

8. Calcula $P(-0{,}5 < Z \leq 1{,}2)$ y $P(Z \leq -0{,}75)$.

9. X es $N(100,\ 15)$. Calcula $P(X \leq 118)$ y $P(X > 130)$.

10. Las horas semanales que dedican a estudiar los alumnos de un centro siguen una $N(8,\ 2)$. ¿Qué proporción de alumnos estudia entre 6 y 11 horas?

NIVEL 3 · PENSAR

11. Busca en la tabla el valor de k en cada caso: a) $P(Z \leq k) = 0{,}9750$; b) $P(Z > k) = 0{,}1$.

12. El 40 % de los clientes de una tienda repite compra antes de un mes. De 150 clientes, calcula de forma aproximada la probabilidad de que repitan: a) como mucho 69; b) más de 66.

13. El 20 % de las llamadas de un servicio de televenta termina en venta. Se hacen 10 llamadas. Calcula: a) la probabilidad de conseguir exactamente 2 ventas; b) la de conseguir como mucho una; c) la de conseguir al menos 2; d) la media y la desviación típica del número de ventas.

14. Los salarios mensuales de una empresa siguen una normal de media 1.900 € y desviación típica 400 €. a) ¿Qué porcentaje de la plantilla gana más de 2.500 €? b) ¿Qué porcentaje gana entre 1.500 € y 2.300 €? c) ¿A partir de qué salario se está en el 10 % mejor pagado?

15. Una alumna saca un 7 en un examen cuyas notas siguen una $N(6,\ 1)$, y un 8 en otro cuyas notas siguen una $N(7,\ 2)$. ¿En cuál ha quedado mejor respecto a su clase? Razona con la tipificación.

4. Ejercicio de síntesis

SÍNTESIS · La envasadora de café

Una máquina llena paquetes de café cuyo peso sigue una distribución normal de media 500 g y desviación típica 4 g.
a) Un paquete se rechaza si pesa menos de 494 g. ¿Qué probabilidad tiene un paquete de ser rechazado?
b) ¿Qué proporción de paquetes pesa entre 496 g y 506 g?
c) En un turno se llenan 2.000 paquetes. ¿Cuántos se espera rechazar?
Por otro lado, el 10 % de los paquetes sale con la etiqueta torcida, con independencia de su peso.
d) En una caja de 6 paquetes, calcula la probabilidad de que ninguno tenga la etiqueta torcida, la de que la tenga exactamente uno y la de que la tengan dos o más.
e) En un palé de 900 paquetes, calcula de forma aproximada la probabilidad de que haya más de 99 con la etiqueta torcida.

5. Soluciones

Ejercicios propuestos

1. $\binom{6}{2} = 15$; $\binom{7}{3} = 35$; $\binom{10}{1} = 10$.
2. a) Sí, $B\left(10;\ \frac{1}{6}\right)$. b) No: al no devolver las bolas, la probabilidad cambia en cada extracción. c) Sí, $B(20;\ 0{,}5)$.
3. $\binom{4}{2} \cdot 0{,}5^4 = 6 \cdot 0{,}0625 = 0{,}375$.
4. $0{,}7995$; $0{,}9821$; $1 - 0{,}9032 = 0{,}0968$.
5. $z = \dfrac{65-50}{10} = 1{,}5$; $z = \dfrac{42-50}{10} = -0{,}8$.
6. X es $B(6;\ 0{,}25)$. a) $6 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}75^5 = 0{,}3560$. b) $0{,}75^6 = 0{,}1780$. c) $1 - 0{,}1780 = 0{,}8220$.
7. $P(X=4) = \binom{8}{4} \cdot 0{,}5^8 = \dfrac{70}{256} = 0{,}2734$. $\mu = 4$. $\sigma = \sqrt{2} = 1{,}414$.
8. $0{,}8849 - (1 - 0{,}6915) = 0{,}8849 - 0{,}3085 = 0{,}5764$. $\quad 1 - 0{,}7734 = 0{,}2266$.
9. $P(Z \le 1{,}2) = 0{,}8849$. $\quad P(Z > 2) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$.
10. $P(-1 < Z \le 1{,}5) = 0{,}9332 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}9332 - 0{,}1587 = 0{,}7745$. El 77,45 %.
11. a) $k = 1{,}96$. b) $P(Z \le k) = 0{,}9$; el valor más próximo de la tabla es $0{,}8997$: $k \approx 1{,}28$.
12. $n \cdot p = 60$ y $n \cdot q = 90$: se aproxima por $N(60,\ 6)$, con $\sigma = \sqrt{150 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6} = 6$. a) $P(Z \le 1{,}5) = 0{,}9332$. b) $P(Z > 1) = 0{,}1587$.
13. a) $0{,}3020$; b) $0{,}3758$; c) $0{,}6242$; d) $\mu = 2$, $\sigma = 1{,}265$ (resolución completa a continuación).
14. a) 6,68 %; b) 68,26 %; c) 2.412 € (resolución completa a continuación).
15. Se tipifican las dos notas: $z = \dfrac{7-6}{1} = 1$ y $z = \dfrac{8-7}{2} = 0{,}5$. En el primer examen está una desviación típica por encima de la media, y en el segundo, media. Ha quedado mejor en el primero, aunque la nota sea más baja.

Resolución completa del ejercicio 13

Planteamiento. Cada llamada es una prueba con dos resultados, venta o no venta, y las llamadas son independientes. X, el número de ventas, es $B(10;\ 0{,}2)$, con $q = 0{,}8$.
Desarrollo. a) $P(X=2) = \binom{10}{2} \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^8 = 45 \cdot 0{,}04 \cdot 0{,}1678 = 0{,}3020$.
b) $P(X=0) = 0{,}8^{10} = 0{,}1074$. $\quad P(X=1) = 10 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^9 = 2 \cdot 0{,}1342 = 0{,}2684$.
$P(X \le 1) = 0{,}1074 + 0{,}2684 = 0{,}3758$.
c) «Al menos 2» es el contrario de «como mucho 1»: $P(X \ge 2) = 1 - 0{,}3758 = 0{,}6242$.
d) $\mu = 10 \cdot 0{,}2 = 2$. $\quad \sigma = \sqrt{10 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8} = \sqrt{1{,}6} = 1{,}265$.
Resultado. a) $0{,}3020$; b) $0{,}3758$; c) $0{,}6242$; d) $\mu = 2$, $\sigma = 1{,}265$.
Conclusión. De cada 10 llamadas se esperan 2 ventas. Lo más probable es conseguir justo 2, y en casi dos de cada tres tandas se consiguen 2 o más.

Resolución completa del ejercicio 14

Planteamiento. X es $N(1.900,\ 400)$ y se tipifica con $Z = \dfrac{X - 1.900}{400}$. El apartado c) recorre el camino al revés: de la probabilidad al valor.
Desarrollo. a) $P(X > 2.500) = P\left(Z > \dfrac{600}{400}\right) = P(Z > 1{,}5) = 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$.
b) $P(1.500 < X < 2.300) = P(-1 < Z < 1) = 0{,}8413 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}8413 - 0{,}1587 = 0{,}6826$.
c) Se busca k con $P(Z > k) = 0{,}1$, es decir, $P(Z \le k) = 0{,}9$. En el interior de la tabla, el valor más próximo es $0{,}8997$, que corresponde a $k = 1{,}28$. Se deshace la tipificación:

$\dfrac{x-1.900}{400} = 1{,}28 \Rightarrow x = 1.900 + 1{,}28 \cdot 400 = 2.412$.
Resultado. a) $0{,}0668$; b) $0{,}6826$; c) $x = 2.412$.
Conclusión. El 6,68 % de la plantilla gana más de 2.500 € y el 68,26 % gana entre 1.500 € y 2.300 €. Para estar en el 10 % mejor pagado hay que ganar más de **2.412 €**.

Ejercicio de síntesis

a) X es $N(500,\ 4)$. $P(X < 494) = P\left(Z < \dfrac{494-500}{4}\right) = P(Z < -1{,}5) = 1 - 0{,}9332 = 0{,}0668$.
b) $P(496 < X < 506) = P(-1 < Z < 1{,}5) = 0{,}9332 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}9332 - 0{,}1587 = 0{,}7745$.
c) $0{,}0668 \cdot 2.000 = 133{,}6$. Se espera rechazar unos 134 paquetes.
d) Y, el número de etiquetas torcidas en la caja, es $B(6;\ 0{,}1)$.
$P(Y = 0) = 0{,}9^6 = 0{,}5314$. $\quad P(Y = 1) = 6 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^5 = 0{,}6 \cdot 0{,}59049 = 0{,}3543$.
$P(Y \geq 2) = 1 - 0{,}5314 - 0{,}3543 = 0{,}1143$.
e) Y es ahora $B(900;\ 0{,}1)$. Como $n \cdot p = 90$ y $n \cdot q = 810$, se aproxima por una normal con $\mu = 90$ y $\sigma = \sqrt{900 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9} = \sqrt{81} = 9$.
$P(Y > 99) \approx P\left(Z > \dfrac{99-90}{9}\right) = P(Z > 1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587$.
Conclusión. La máquina rechaza por peso el 6,68 % de los paquetes, unos 134 por turno. Más de la mitad de las cajas, el 53,14 %, sale sin ninguna etiqueta torcida. En un palé se esperan 90 etiquetas torcidas, y superar las 99 ocurre en el 15,87 % de los palés: no es motivo para parar la línea.

6. Compruebo que sé...

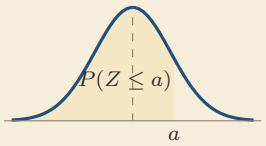
- ☐ Reconocer una binomial y dar sus parámetros n y p.
- ☐ Calcular un número combinatorio y la probabilidad $P(X = k)$.
- ☐ Resolver «al menos uno» con el contrario.
- ☐ Hallar la media y la desviación típica de una binomial.
- ☐ Leer $P(Z \leq a)$ en la tabla y obtener colas derechas, valores negativos e intervalos.
- ☐ Tipificar y calcular probabilidades en una $N(\mu,\ \sigma)$.
- ☐ Convertir una probabilidad en un número esperado de casos.
- ☐ Aproximar una binomial por una normal, comprobando antes las condiciones.

7. Hoja de fórmulas

UNIDAD 16 · TODO EN MEDIA CARA

Binomial $B(n,\ p)$	$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k\, q^{n-k} \qquad q = 1 - p \qquad \binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$
Parámetros	$\mu = n \cdot p \qquad \sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot q}$
Al menos uno	$P(X \geq 1) = 1 - q^n$
Tipificar	$Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$
Tabla $N(0,\ 1)$	$P(Z > a) = 1 - P(Z \leq a) \quad \cdot \quad P(Z \leq -a) = 1 - P(Z \leq a)$
Intervalo	$P(a < Z \leq b) = P(Z \leq b) - P(Z \leq a)$
Aproximación	si $n \cdot p \geq 5$ y $n \cdot q \geq 5$: $B(n,\ p) \approx N\left(n \cdot p,\ \sqrt{n \cdot p \cdot q}\right)$

8. Tabla de la distribución normal $N(0,\ 1)$



Cada casilla da $P(Z \leq a)$. La fila indica las unidades y las décimas de a, y la columna, las centésimas. Ejemplo: $P(Z \leq 1{,}25)$ está en la fila 1,2 y la columna 0,05, y vale 0,8944.

a	**0,00**	**0,01**	**0,02**	**0,03**	**0,04**	**0,05**	**0,06**	**0,07**	**0,08**	**0,09**
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998