BLOQUE IV · ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

Unidad 15

Probabilidad

Sucesos y operaciones · regla de Laplace · unión y contrario · tablas de contingencia · probabilidad condicionada · independencia · diagramas de árbol · probabilidad total · siete ejercicios resueltos, quince propuestos y un ejercicio de síntesis



Por qué esta unidad. Una aseguradora no sabe quién tendrá un accidente, y aun así pone precio a sus pólizas. Un banco no sabe quién devolverá el préstamo, y aun así decide a quién prestar. Trabajan con probabilidades: números entre 0 y 1 que miden lo esperable que es un suceso. Esta unidad enseña a calcularlas cuando la información llega por partes, que es como llega casi siempre.

Qué vas a saber hacer al terminar

Apartado	Ejercicio tipo
1. Sucesos	describir el espacio muestral y operar con sucesos
2. Laplace	calcular una probabilidad contando casos
3. Unión y contrario	hallar $P(A \cup B)$ y la probabilidad de que algo no ocurra
4. Tablas	leer probabilidades en una tabla de contingencia
5. Condicionada	calcular $P(A \mid B)$ y decidir si dos sucesos son independientes
6. Árbol	resolver un experimento en dos etapas con la probabilidad total

1. Teoría

1.1 · Sucesos

Un **experimento aleatorio** es aquel cuyo resultado no se puede predecir. El conjunto de todos sus resultados es el **espacio muestral**, E. Un **suceso** es cualquier parte de E.

PARA MEMORIZAR

Unión, $A \cup B$	ocurre A **o** B	al menos uno de los dos
Intersección, $A \cap B$	ocurren A **y** B	los dos a la vez
Contrario, $\overline{A}$	**no** ocurre A	todo lo que queda fuera de A
Incompatibles	$A \cap B = \varnothing$	no pueden ocurrir a la vez

1.2 · Regla de Laplace y propiedades

PARA MEMORIZAR

Si todos los resultados son igual de probables:

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables a } A}{\text{casos posibles}}$$

Propiedades que valen siempre:

$$0 \le P(A) \le 1 \qquad P(\overline{A}) = 1 - P(A) \qquad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ejemplo. Se lanza un dado. A = «sale par» = $\{2, 4, 6\}$; B = «sale múltiplo de 3» = $\{3, 6\}$. $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, $A \cap B = \{6\}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$. $P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. Se comprueba contando: $A \cup B = \{2, 3, 4, 6\}$, cuatro casos de seis.



AVISO · POR QUÉ SE RESTA LA INTERSECCIÓN

Al sumar $P(A)$ y $P(B)$, los casos que están en los dos sucesos se cuentan dos veces. En el ejemplo, el 6 es par y es múltiplo de 3. Restar $P(A \cap B)$ corrige esa cuenta doble. Si los sucesos son incompatibles, no hay nada que restar.

1.3 · Tablas de contingencia

Cuando una población se clasifica según dos criterios, los datos se ordenan en una tabla de doble entrada. Los totales de los márgenes dan las probabilidades de cada criterio por separado, y las casillas interiores dan las intersecciones.

1.4 · Probabilidad condicionada e independencia

PARA MEMORIZAR

Probabilidad de A condicionada a B: probabilidad de A sabiendo que ha ocurrido B.

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad \text{y, despejando,} \qquad P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \mid B)$$

A y B son **independientes** si saber que ha ocurrido uno no cambia la probabilidad del otro:

$$P(A \mid B) = P(A) \qquad \text{o, lo que es lo mismo,} \qquad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejemplo. En el dado, sabiendo que ha salido par, la probabilidad de que sea un 6 es $P(6 \mid \text{par}) = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$. Con la información «es par», los casos posibles pasan de seis a tres.



TRUCO · CONDICIONAR ES CAMBIAR EL TOTAL

En una tabla, $P(A \mid B)$ se lee sin fórmula: se mira solo la fila o la columna de B, y dentro de ella se cuentan los casos de A. El denominador deja de ser el total general y pasa a ser el total de B.

1.5 · Diagramas de árbol y probabilidad total

PARA MEMORIZAR

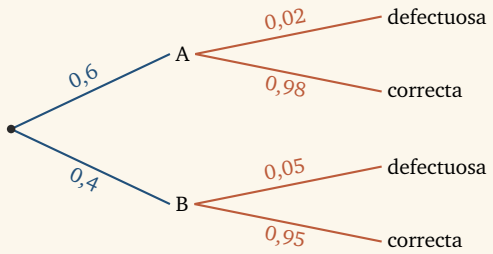
En un experimento con varias etapas, el **diagrama de árbol** ordena la información:

- Las ramas que salen de un mismo punto suman 1.
- Las ramas de la segunda etapa llevan probabilidades **condicionadas**.
- **Regla del producto**: la probabilidad de un camino es el producto de sus ramas.
- **Probabilidad total**: la probabilidad de un suceso es la suma de los caminos que llevan a él.

$$P(S) = P(A) \cdot P(S \mid A) + P(B) \cdot P(S \mid B)$$

Ejemplo. Una fábrica tiene dos máquinas. La máquina A hace el 60 % de las piezas y la B, el 40 %. Salen defectuosas el 2 % de las piezas de A y el 5 % de las de B.

Caminos que llevan a «defectuosa»:
$0{,}6 \cdot 0{,}02 = 0{,}012$ y $0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}02$.
$P(D) = 0{,}012 + 0{,}02 = 0{,}032$.





CONEXIÓN · EL VALOR ESPERADO

Una probabilidad se convierte en una previsión multiplicándola por el número de casos. Si el 3,2 % de las piezas sale defectuosa, de 5.000 piezas se esperan $0{,}032 \cdot 5.000 = 160$ defectuosas. Así calculan las empresas sus costes de garantía.

2. Ejercicios resueltos

Siete ejercicios tipo, de menos a más. Cada solución sigue el mismo orden: planteamiento, desarrollo, resultado y conclusión.

RESUELTO 1 · Regla de Laplace

Se lanzan dos dados y se suman los resultados. Calcula la probabilidad de que la suma sea 8 y la de que sea 10 o más.

Planteamiento. Cada dado tiene 6 resultados: hay $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles, todos igual de probables.

Desarrollo. Suma 8: $(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$. Son 5 casos. $P(\text{suma } 8) = \dfrac{5}{36}$.

Suma 10 o más: $(4,6)$, $(5,5)$, $(6,4)$, $(5,6)$, $(6,5)$, $(6,6)$. Son 6 casos. $P = \dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$.

Conclusión. $P(\text{suma } 8) = \mathbf{\dfrac{5}{36}}$ y $P(\text{suma} \geq 10) = \mathbf{\dfrac{1}{6}}$.

RESUELTO 2 · Unión y contrario

En una clase de 30 alumnos, 18 estudian inglés, 12 estudian francés y 6 estudian los dos idiomas. Se elige un alumno al azar. Calcula la probabilidad de que estudie al menos uno de los dos idiomas y la de que no estudie ninguno.

Planteamiento. I = «estudia inglés», F = «estudia francés». «Al menos uno» es la unión.
Desarrollo. $P(I) = \dfrac{18}{30}$, $P(F) = \dfrac{12}{30}$, $P(I \cap F) = \dfrac{6}{30}$.
$P(I \cup F) = \dfrac{18}{30} + \dfrac{12}{30} - \dfrac{6}{30} = \dfrac{24}{30} = 0{,}8$. $\quad P(\text{ninguno}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$.
Conclusión. Estudia al menos un idioma con probabilidad **0,8**, y ninguno con probabilidad **0,2**.

RESUELTO 3 · Tabla de contingencia

Una tienda analiza 200 compras. De los 80 clientes que eran socios, 60 pagaron con tarjeta. De los que no eran socios, pagaron con tarjeta 50. El resto pagó en efectivo. Elegida una compra al azar, calcula: a) la probabilidad de que se pagara con tarjeta; b) la de que fuera de un socio y en efectivo; c) la de que se pagara con tarjeta, sabiendo que era de un socio; d) la de que fuera de un socio, sabiendo que se pagó con tarjeta.

Planteamiento. Se completa la tabla con los datos y sus diferencias.

	Tarjeta	Efectivo	Total
Socio	60	20	80
No socio	50	70	120
Total	110	90	200

Desarrollo.
a) $P(T) = \dfrac{110}{200} = 0{,}55$.
b) $P(S \cap \overline{T}) = \dfrac{20}{200} = 0{,}1$.
c) Solo se miran los 80 socios: $P(T \mid S) = \dfrac{60}{80} = 0{,}75$.
d) Solo se miran las 110 compras con tarjeta: $P(S \mid T) = \dfrac{60}{110} = 0{,}545$.
Conclusión. a) **0,55**; b) **0,1**; c) **0,75**; d) **0,545**. Los apartados c) y d) usan la misma casilla, 60, con totales distintos.

RESUELTO 4 · Condicionada e independencia

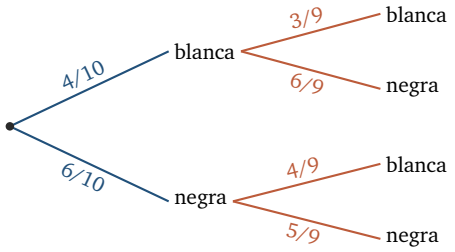
De dos sucesos se sabe que $P(A) = 0{,}5$, $P(B) = 0{,}4$ y $P(A \cap B) = 0{,}2$. Calcula $P(A \mid B)$ y $P(A \cup B)$. ¿Son independientes?

Desarrollo. $P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5$. $\quad P(A \cup B) = 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}2 = 0{,}7$.
Independencia: $P(A \mid B) = 0{,}5 = P(A)$. También se ve con el producto: $0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}2 = P(A \cap B)$.
Conclusión. $P(A \mid B) = \mathbf{0{,}5}$, $P(A \cup B) = \mathbf{0{,}7}$, y los sucesos **son independientes**.

RESUELTO 5 · Extracciones sin reemplazamiento

Una urna tiene 4 bolas blancas y 6 negras. Se sacan dos bolas, una detrás de otra, sin devolver la primera. Calcula la probabilidad de que: a) las dos sean blancas; b) sean de distinto color; c) al menos una sea blanca.

Planteamiento. Tras la primera extracción quedan 9 bolas, y la composición depende de lo que haya salido.



Desarrollo.

a) $P(BB) = \dfrac{4}{10} \cdot \dfrac{3}{9} = \dfrac{12}{90} = \dfrac{2}{15}$.

b) Dos caminos, BN y NB:

$\dfrac{4}{10} \cdot \dfrac{6}{9} + \dfrac{6}{10} \cdot \dfrac{4}{9} = \dfrac{48}{90} = \dfrac{8}{15}$.

c) Por el contrario, «ninguna blanca»: $P(NN) = \dfrac{6}{10} \cdot \dfrac{5}{9} = \dfrac{1}{3}$. $P(\text{al menos una blanca}) = 1 - \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{3}$.

Conclusión. a) $\mathbf{\dfrac{2}{15}}$; b) $\mathbf{\dfrac{8}{15}}$; c) $\mathbf{\dfrac{2}{3}}$. Comprobación: los tres casos posibles suman $\dfrac{2}{15} + \dfrac{8}{15} + \dfrac{5}{15} = 1$.

RESUELTO 6 · Probabilidad total

En la fábrica del ejemplo de teoría, la máquina A hace el 60 % de las piezas, con un 2 % de defectuosas, y la B hace el 40 %, con un 5 % de defectuosas. Calcula la probabilidad de que una pieza elegida al azar sea defectuosa. ¿Cuántas defectuosas se esperan en un lote de 5.000 piezas?

Planteamiento. Primera etapa: qué máquina hizo la pieza. Segunda etapa: si es defectuosa. Hay dos caminos que terminan en «defectuosa».

Desarrollo. $P(D) = P(A) \cdot P(D \mid A) + P(B) \cdot P(D \mid B) = 0{,}6 \cdot 0{,}02 + 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}012 + 0{,}02 = 0{,}032$.

En 5.000 piezas: $0{,}032 \cdot 5.000 = 160$.

Conclusión. La probabilidad es **0,032**, un 3,2 %, y en el lote se esperan **160 piezas defectuosas**. El resultado queda entre el 2 % y el 5 %, más cerca del 2 % porque la máquina A hace más piezas.

RESUELTO 7 · Un árbol con tres ramas

Una empresa de mensajería reparte el 50 % de sus paquetes en moto, el 30 % en furgoneta y el 20 % en bicicleta. Llegan con retraso el 10 % de los paquetes que van en moto, el 20 % de los que van en furgoneta y el 5 % de los que van en bicicleta. Calcula la probabilidad de que un paquete: a) llegue con retraso; b) llegue a tiempo; c) vaya en moto y llegue a tiempo.

Planteamiento. La primera etapa tiene tres ramas, que suman 1. De cada una salen dos: retraso y a tiempo.

Desarrollo. a) Tres caminos llevan a «retraso»:

$P(R) = 0{,}5 \cdot 0{,}1 + 0{,}3 \cdot 0{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}05 = 0{,}05 + 0{,}06 + 0{,}01 = 0{,}12$.

b) $P(\overline{R}) = 1 - 0{,}12 = 0{,}88$.

c) La rama «a tiempo» de la moto vale $1 - 0{,}1 = 0{,}9$. $P(M \cap \overline{R}) = 0{,}5 \cdot 0{,}9 = 0{,}45$.
Resultado. a) $0{,}12$; b) $0{,}88$; c) $0{,}45$.
Conclusión. El 12 % de los paquetes llega con retraso y el 88 %, a tiempo. Casi la mitad de todos los paquetes, el 45 %, va en moto y llega a tiempo.

Errores que hacen perder puntos en esta unidad

- Dar una probabilidad mayor que 1 o negativa sin revisar los cálculos.
- Olvidar restar la intersección en la unión.
- Confundir $P(A \mid B)$ con $P(B \mid A)$: cambia el total entre el que se divide.
- Confundir $P(A \mid B)$ con $P(A \cap B)$: «de los socios, cuántos pagan con tarjeta» y «socios que pagan con tarjeta» se dividen entre totales distintos.
- Sumar a lo largo de un camino del árbol. A lo largo se multiplica, y se suman caminos distintos.
- En extracciones sin reemplazamiento, no cambiar el total ni la composición en la segunda extracción.
- Dibujar un árbol cuyas ramas no suman 1.

3. Ejercicios propuestos

Soluciones en el apartado 5, con la resolución completa de los ejercicios 13 y 14.

NIVEL 1 · PRACTICAR

1. Se lanza una moneda dos veces. Escribe el espacio muestral y calcula la probabilidad de obtener al menos una cara.

2. De una baraja española de 40 cartas se saca una al azar. Calcula la probabilidad de que sea: a) un oro; b) una figura (sota, caballo o rey); c) un as.

3. La probabilidad de que un tren llegue con retraso es $0{,}35$. ¿Cuál es la probabilidad de que llegue puntual?

4. Calcula $P(A \cup B)$ sabiendo que $P(A) = 0{,}6$, $P(B) = 0{,}3$ y $P(A \cap B) = 0{,}1$.

5. Se lanza un dado. Calcula la probabilidad de que salga un número par o mayor que 4.

NIVEL 2 · APLICAR

6. En una empresa trabajan 90 mujeres y 60 hombres. Teletrabajan 54 mujeres y 24 hombres. Construye la tabla de contingencia y calcula la probabilidad de que una persona elegida al azar: a) teletrabaje; b) sea mujer, sabiendo que teletrabaja; c) teletrabaje, sabiendo que es hombre.

7. Se sabe que $P(A) = 0{,}4$, $P(B) = 0{,}25$ y $P(A \cap B) = 0{,}1$. ¿Son independientes A y B?

8. Una urna tiene 5 bolas rojas y 3 verdes. Se saca una bola, se devuelve a la urna y se saca otra. Calcula la probabilidad de que: a) las dos sean rojas; b) sean de distinto color.

9. Repite el ejercicio 8 sin devolver la primera bola, y calcula: a) la probabilidad de que las dos sean rojas; b) la de que al menos una sea verde.

10. El 30 % de los clientes de una marca tiene menos de 30 años. Compra por internet el 80 % de los menores de 30 y el 40 % del resto. Calcula la probabilidad de que un cliente elegido al azar compre por internet.

NIVEL 3 · PENSAR

11. Tres máquinas fabrican el 50 %, el 30 % y el 20 % de los tornillos de un taller, con un 1 %, un 2 % y un 4 % de defectuosos. Calcula la probabilidad de que un tornillo elegido al azar sea defectuoso.

12. Una jugadora de baloncesto encesta el 80 % de sus tiros libres, y cada tiro es independiente de los demás. Lanza tres. Calcula la probabilidad de que: a) enceste los tres; b) enceste al menos uno.

13. En una aseguradora, el 20 % de los conductores son noveles. En un año da parte de accidente el 15 % de los noveles y el 5 % del resto. a) Calcula la probabilidad de que un asegurado dé parte. b) Calcula la probabilidad de que sea novel y no dé parte. c) Si la compañía tiene 5.000 asegurados, ¿cuántos partes espera en un año?

14. En una empresa, el 60 % de la plantilla trabaja en el turno de mañana y el resto, en el de tarde. Llega con retraso el 5 % del turno de mañana, y en el conjunto de la empresa llega con retraso el 10 % de la plantilla. ¿Qué porcentaje del turno de tarde llega con retraso?

15. Dos sucesos A y B tienen probabilidad positiva y son incompatibles. ¿Pueden ser independientes? Razona la respuesta.

4. Ejercicio de síntesis

SÍNTESIS · La autoescuela

En una autoescuela, el 65 % de los alumnos prepara el examen teórico con una aplicación y el 35 %, con el libro. Aprueba a la primera el 80 % de los que usan la aplicación y el 60 % de los que usan el libro.
a) Dibuja el diagrama de árbol con todas sus probabilidades.
b) Calcula la probabilidad de que un alumno use la aplicación y apruebe a la primera.
c) Calcula la probabilidad de que un alumno apruebe a la primera, y la de que suspenda.
d) La autoescuela tiene 400 alumnos. Construye la tabla de contingencia con el número esperado de alumnos de cada tipo.
e) Entre los que aprueban a la primera, ¿qué proporción usó la aplicación? Léelo en la tabla.
f) ¿Son independientes «aprobar a la primera» y «usar la aplicación»? ¿Qué le dirías a la autoescuela?

5. Soluciones

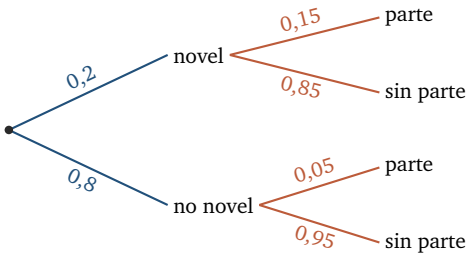
Ejercicios propuestos

1. $E = \{CC,\ CX,\ XC,\ XX\}$. Tres casos tienen al menos una cara: $\dfrac{3}{4}$.
2. a) $\dfrac{10}{40} = \dfrac{1}{4}$. b) $\dfrac{12}{40} = 0{,}3$. c) $\dfrac{4}{40} = 0{,}1$.
3. $1 - 0{,}35 = 0{,}65$.
4. $0{,}6 + 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}8$.
5. Par: $\{2, 4, 6\}$. Mayor que 4: $\{5, 6\}$. Unión: $\{2, 4, 5, 6\}$. $P = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.
6. Tabla: mujeres, 54 teletrabajan y 36 no; hombres, 24 y 36; totales, 78 y 72 de 150. a) $\dfrac{78}{150} = 0{,}52$. b) $\dfrac{54}{78} = 0{,}692$. c) $\dfrac{24}{60} = 0{,}4$.
7. $P(A) \cdot P(B) = 0{,}4 \cdot 0{,}25 = 0{,}1 = P(A \cap B)$. Son independientes.
8. a) $\dfrac{5}{8} \cdot \dfrac{5}{8} = \dfrac{25}{64}$. b) $\dfrac{5}{8} \cdot \dfrac{3}{8} + \dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{5}{8} = \dfrac{30}{64} = \dfrac{15}{32}$.
9. a) $\dfrac{5}{8} \cdot \dfrac{4}{7} = \dfrac{20}{56} = \dfrac{5}{14}$. b) Contrario de «las dos rojas»: $1 - \dfrac{5}{14} = \dfrac{9}{14}$.
10. $0{,}3 \cdot 0{,}8 + 0{,}7 \cdot 0{,}4 = 0{,}24 + 0{,}28 = 0{,}52$.

11. $0{,}5 \cdot 0{,}01 + 0{,}3 \cdot 0{,}02 + 0{,}2 \cdot 0{,}04 = 0{,}005 + 0{,}006 + 0{,}008 = 0{,}019$.
12. a) $0{,}8^3 = 0{,}512$. b) Contrario de «falla los tres»: $1 - 0{,}2^3 = 1 - 0{,}008 = 0{,}992$.
13. a) $0{,}07$; b) $0{,}17$; c) 350 partes (resolución completa a continuación).
14. El 17,5 % (resolución completa a continuación).
15. No. Si son incompatibles, $P(A \cap B) = 0$. Para ser independientes haría falta $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, que es mayor que 0. Si ocurre uno, se sabe con seguridad que el otro no ha ocurrido: la información de uno cambia por completo la probabilidad del otro.

Resolución completa del ejercicio 13

Planteamiento. Primera etapa: novel o no novel. Segunda etapa: da parte o no da parte. Las ramas contrarias se obtienen restando de 1.
Desarrollo. a) Dos caminos llevan a «parte»:
$P(\text{parte}) = 0{,}2 \cdot 0{,}15 + 0{,}8 \cdot 0{,}05$
$= 0{,}03 + 0{,}04 = 0{,}07$.



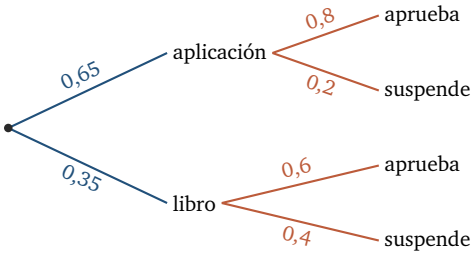
b) $P(\text{novel} \cap \text{sin parte}) = 0{,}2 \cdot 0{,}85 = 0{,}17$.
c) $0{,}07 \cdot 5.000 = 350$.
Comprobación. Los cuatro caminos suman 1: $0{,}03 + 0{,}17 + 0{,}04 + 0{,}76 = 1$.
Resultado. a) $0{,}07$; b) $0{,}17$; c) 350.
Conclusión. El 7 % de los asegurados da parte en un año, y la compañía debe prever unos **350 partes**. Los noveles son la quinta parte de los clientes y causan casi la mitad de los partes: $0{,}03$ de $0{,}07$.

Resolución completa del ejercicio 14

Planteamiento. Es una probabilidad total en la que se conoce el resultado y falta una rama. Se llama x a la probabilidad de llegar con retraso en el turno de tarde.
Desarrollo. $P(R) = P(M) \cdot P(R \mid M) + P(T) \cdot P(R \mid T)$.
$0{,}1 = 0{,}6 \cdot 0{,}05 + 0{,}4 \cdot x \;\Rightarrow\; 0{,}1 = 0{,}03 + 0{,}4x \;\Rightarrow\; 0{,}4x = 0{,}07 \;\Rightarrow\; x = 0{,}175$.
Comprobación. $0{,}6 \cdot 0{,}05 + 0{,}4 \cdot 0{,}175 = 0{,}03 + 0{,}07 = 0{,}1$.
Resultado. $x = 0{,}175$.
Conclusión. En el turno de tarde llega con retraso el **17,5 %** de la plantilla, más del triple que en el de mañana.

Ejercicio de síntesis

a) Las ramas contrarias: $1-0{,}8 = 0{,}2$ y $1-0{,}6 = 0{,}4$.
b) $P(\text{app} \cap \text{aprueba}) = 0{,}65 \cdot 0{,}8 = 0{,}52$.
c) $P(\text{aprueba}) = 0{,}65 \cdot 0{,}8 + 0{,}35 \cdot 0{,}6$
$= 0{,}52 + 0{,}21 = 0{,}73$.
$P(\text{suspende}) = 1 - 0{,}73 = 0{,}27$.



d) De 400 alumnos, $0{,}65 \cdot 400 = 260$ usan la aplicación y 140, el libro. Aprueban $0{,}8 \cdot 260 = 208$ y $0{,}6 \cdot 140 = 84$.

	Aprueba	Suspende	Total
Aplicación	208	52	260
Libro	84	56	140
Total	292	108	400

El total de aprobados coincide con el apartado c): $0{,}73 \cdot 400 = 292$.

e) Solo se miran los 292 que aprueban: $\dfrac{208}{292} = 0{,}712$. El 71,2 % de los aprobados a la primera usó la aplicación.

f) No son independientes: $P(\text{aprueba} \mid \text{app}) = 0{,}8$, distinto de $P(\text{aprueba}) = 0{,}73$. Saber que un alumno usa la aplicación sube su probabilidad de aprobar.

Conclusión. El 73 % de los alumnos aprueba a la primera. Los que usan la aplicación aprueban más, 80 % frente a 60 %. El dato describe una asociación: antes de atribuir la diferencia a la aplicación, la autoescuela debería comprobar si los alumnos que la eligen estudian también más horas.

6. Compruebo que sé...

- ☐ Escribir el espacio muestral de un experimento y contar casos favorables.
- ☐ Calcular la probabilidad de la unión y la del suceso contrario.
- ☐ Construir una tabla de contingencia y leer en ella intersecciones y condicionadas.
- ☐ Distinguir $P(A \mid B)$, $P(B \mid A)$ y $P(A \cap B)$.
- ☐ Decidir si dos sucesos son independientes.
- ☐ Dibujar un diagrama de árbol con ramas que suman 1.
- ☐ Aplicar la regla del producto a lo largo de un camino.
- ☐ Calcular una probabilidad total sumando caminos.
- ☐ Convertir una probabilidad en un número esperado de casos.

7. Hoja de fórmulas

UNIDAD 15 · TODO EN MEDIA CARA

Laplace	$P(A) = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$	resultados igual de probables
Contrario	$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$	«al menos uno» = 1− «ninguno»
Unión	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	
Condicionada	$P(A \mid B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$	en una tabla: cambia el total
Producto	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A)$	en el árbol: multiplicar a lo largo del camino
Independencia	$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ o $P(A \mid B) = P(A)$	
Probabilidad total	$P(S) = P(A) \cdot P(S \mid A) + P(B) \cdot P(S \mid B)$	sumar caminos