PLANTILLA · EL ESTADO ESTACIONARIO DE SOLOW CON POBLACIÓN

Función de producción: $Y =$ _____ $s =$ _____ $n =$ _____ $\bar{\delta} =$ _____

Ocho pasos. Todo depende de una pregunta: ¿la inversión por trabajador cubre la inversión de mantenimiento?

1 **Minúsculas.** Se divide entre el número de trabajadores.

$k = \dfrac{K}{L}$ $y = \dfrac{Y}{L}$ $y = \dfrac{\text{_____}}{L} =$ _____

2 **Las dos líneas.** Inversión por trabajador: $s\,y =$ _____

Inversión de mantenimiento: $(n + \bar{\delta})\,k = (\,\text{____} + \text{____}\,)\,k =$ _____ k

3 **Estado estacionario.** El capital por trabajador se repite, $\Delta k = 0$.

$s\,y = (n + \bar{\delta})\,k \;\Rightarrow$ _____ $=$ _____ $\Rightarrow \; k^* =$ _____

4 **El resto.** $y^* =$ _____ $i^* = s\,y^* =$ _____ $c^* = y^* - i^* =$ _____

Comprobación: $(n + \bar{\delta})\,k^* =$ _____ $= i^*$

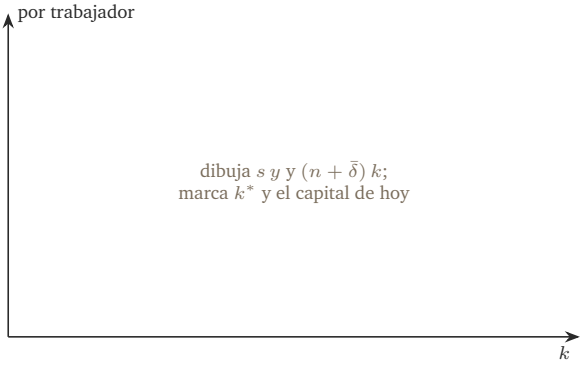
5 **Tasas en el estado estacionario.** Regla del producto: si $K = k \cdot L$, entonces $g_K = g_k + n$.

Variables	Tasa, con letras	Tasa, con números
por trabajador: k, y, c		
agregadas: K, Y, C		

6 **Fuera del estado estacionario.** Capital de hoy: $k =$ _____ (se obtiene de $y =$ _____)

$g_k \simeq s\,\dfrac{y}{k} - (n + \bar{\delta}) =$ _____ $=$ _____ $g_K \simeq g_k + n =$ _____

7 **Gráfico y frase.**



Lo que debe llevar el gráfico

1. Ejes rotulados: k en horizontal.
2. Curva de inversión $s\,y$, cóncava, desde el origen.
3. Recta de mantenimiento $(n + \bar{\delta})\,k$, desde el origen.
4. El corte, con k^* en el eje.
5. El capital de hoy y una flecha hacia k^*.

Frase: «Como k es _____ que k^*, la inversión _____ a la de mantenimiento y el capital por trabajador _____ hasta el estado estacionario».

8 **Si entra el dinero.** $Y = y \cdot L =$ _____ $\left(\dfrac{M}{P}\right)^d =$ _____ $P = \dfrac{M}{\left(\frac{M}{P}\right)^d} =$ _____

Antes de entregar. ¿He definido k e y? · ¿La recta de mantenimiento lleva $n + \bar{\delta}$, con la población? · ¿He llegado hasta k^*, sin quedarme en su raíz? · ¿Coincide $s\,y^*$ con $(n + \bar{\delta})\,k^*$? · ¿Las tasas van en porcentaje y con su nombre? · ¿Las tasas de hoy usan el capital de hoy? · ¿En el dinero he puesto la Y agregada?

EJEMPLO RESUELTO · EL PROBLEMA DE LA LECCIÓN

Economía cerrada con $Y = K^{1/2}L^{1/2}$ que se comporta según el modelo de Solow, con $s = 0{,}30$, $\bar{\delta} = 0{,}05$, $n = 0{,}01$ y sin progreso tecnológico. a) k, y, c e i en el estado estacionario. b) Tasas de k y de K en el estado estacionario. c) Con $y = 1$ hoy, capital por trabajador y tasas de k y de K. d) Con 200 trabajadores, $\left(\frac{M}{P}\right)^d = 0{,}25\,Y$ y $M = 150$, nivel de precios. e) Por qué se usan variables por trabajador.

1 **Minúsculas.** $k = \dfrac{K}{L}$, $y = \dfrac{Y}{L} = \dfrac{K^{1/2}L^{1/2}}{L} = k^{1/2}$

2 **Las dos líneas.** $s\,y = 0{,}30\,k^{1/2}$ $\qquad (n + \bar{\delta})\,k = (0{,}01 + 0{,}05)\,k = 0{,}06\,k$

3 **Estado estacionario.** $0{,}30\,k^{1/2} = 0{,}06\,k \;\Rightarrow\; k^{1/2} = \dfrac{0{,}30}{0{,}06} = 5 \;\Rightarrow\; \boldsymbol{k^* = 25}$

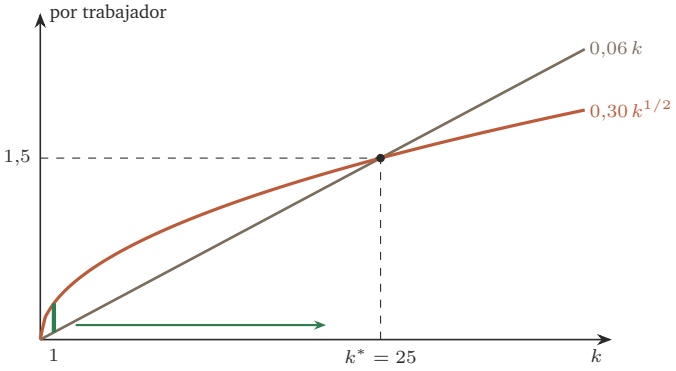
4 **El resto.** $y^* = 25^{1/2} = \mathbf{5}$ $\qquad i^* = 0{,}30 \cdot 5 = \mathbf{1{,}5}$ $\qquad c^* = 5 - 1{,}5 = \mathbf{3{,}5}$

Comprobación: $(n + \bar{\delta})\,k^* = 0{,}06 \cdot 25 = 1{,}5 = i^*$

5 **Tasas en el estado estacionario.** $g_k = \mathbf{0}$ $\qquad g_K = g_k + n = 0 + 0{,}01 = \mathbf{1\,\%}$

6 **Hoy.** $y = k^{1/2} = 1 \;\Rightarrow\; k = 1$ $\qquad g_k \simeq 0{,}30 \cdot \dfrac{1}{1} - 0{,}06 = 0{,}24 = \mathbf{24\,\%}$ $\qquad g_K \simeq 0{,}24 + 0{,}01 = \mathbf{25\,\%}$

7 **Gráfico y frase.**



«Como $k = 1$ es menor que $k^* = 25$, la inversión supera a la de mantenimiento y el capital por trabajador crece hasta el estado estacionario».

8 **Dinero.** $Y = 1 \cdot 200 = 200$

$\left(\dfrac{M}{P}\right)^d = 0{,}25 \cdot 200 = 50$ $\qquad P = \dfrac{150}{50} = \mathbf{3}$

e) Con población creciente las variables agregadas crecen siempre, mientras que por trabajador convergen a un valor constante, y además el producto por trabajador mide el nivel de vida.

GLOSARIO

Capital por trabajador, k. $k = \frac{K}{L}$. Las máquinas y edificios de que dispone cada trabajador.

Producción por trabajador, y. $y = \frac{Y}{L}$. Con $Y = K^{1/2}L^{1/2}$ queda $y = k^{1/2}$.

Tasa de ahorro, s. Fracción de la producción que se ahorra y se invierte.

Inversión por trabajador, i. $i = s\,y$. Lo que se añade al capital de cada trabajador.

Consumo por trabajador, c. $c = (1 - s)\,y = y - i$.

Tasa de depreciación, $\bar{\delta}$. Fracción del capital que se desgasta cada período. El examen la escribe δ.

Crecimiento de la población, n. Tasa a la que aumenta el número de trabajadores, $g_L = n$.

Inversión de mantenimiento. $(n+\bar{\delta})\,k$. La necesaria para que k no cambie. Repone el desgaste y equipa a los trabajadores nuevos.

Estado estacionario, k^*. Capital por trabajador que se repite período tras período. Cumple $s\,y = (n + \bar{\delta})\,k$.

Dinámica de transición. Camino hacia k^*. Por debajo, k crece; por encima, cae.

Tasa de crecimiento, g_x. Variación porcentual de x entre dos períodos. La de un producto es la suma de las tasas.

Variables agregadas, K, Y, C. Las de toda la economía. En el estado estacionario crecen a la tasa n.

Demanda real de dinero. $\left(\frac{M}{P}\right)^d$. Saldos reales que se desean; aquí, proporcional a Y.

Nivel de precios, P. Se ajusta para que $\frac{M}{P}$ iguale a la demanda real de dinero.