PLANTILLA · RENTA NACIONAL Y PAGOS A LOS FACTORES

Función de producción: $Y =$ _____ $A =$ _____ $K =$ _____ $L =$ _____

Siete pasos. Todo depende de una pregunta: ¿cuánto aporta la última unidad de cada factor?

1 **Los exponentes.** $\alpha =$ _____ $1-\alpha =$ _____ Suman _____. Rendimientos _____ a escala.

2 **Por trabajador.** Se divide entre L. $y = \dfrac{Y}{L} = A\left(\dfrac{K}{L}\right)^{\alpha} = A\,k^{\alpha} =$ _____

3 **Los números de partida.** $Y =$ _____ $k = \dfrac{K}{L} =$ _____ $y =$ _____ $\dfrac{Y}{K} =$ _____ $\dfrac{Y}{L} =$ _____

4 **Los productos marginales.** El exponente por el producto medio.

$MPK = \dfrac{\partial Y}{\partial K} = \alpha\,\dfrac{Y}{K} =$ _____ $MPL = \dfrac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)\,\dfrac{Y}{L} =$ _____

5 **El reparto.** Con mercados competitivos, $\dfrac{R}{P} = MPK$ y $\dfrac{W}{P} = MPL$.

	Precio real	Renta total	Parte de Y
Capital			
Trabajo			

Las dos rentas suman _____, que es _____.

6 **Si cambia un factor.** Sube K con L fijo: el MPK _____ y el MPL _____. Las partes _____.

7 **Parámetros a partir de un estado estacionario** (Solow sin progreso tecnológico).

$1+n = \dfrac{Y_1}{Y_0} =$ _____, $n =$ _____ $1-s = \dfrac{C_0}{Y_0} =$ _____, $s =$ _____

$(\bar{\delta}+n)\,K_0 = s\,Y_0 \implies \bar{\delta}+n =$ _____, $\bar{\delta} =$ _____ Comprobación: $(\bar{\delta}+n)\,k_0 =$ _____ y $s\,y_0 =$ _____

Antes de entregar. ¿La renta per cápita depende solo de k? · ¿He distinguido producto medio y marginal? · ¿He multiplicado el producto marginal por la cantidad del factor? · ¿He citado los mercados competitivos? · ¿He restado uno para pasar de $1+n$ a n y de $1-s$ a s? · ¿La condición de inversión lleva $\bar{\delta}+n$? · ¿He comprobado por trabajador?

EJEMPLO RESUELTO · EL EJERCICIO DE LA LECCIÓN

Una economía produce con $Y_t = A\,K_t^{1/2}L_t^{1/2}$, $A = 5$, $K_0 = 400$ y $L_0 = 100$, con mercados de factores competitivos y precios flexibles. a) Renta per cápita en función del capital por trabajador. b) Producto marginal del capital en el período 0 y renta total del capital. c) En el período 0 la economía está en el estado estacionario de un modelo de Solow sin progreso tecnológico, con $C_0 = 920$ e $Y_1 = 1.050$. Calcula n, s y $\bar{\delta}$.

1. **Exponentes.** $\alpha = \frac{1}{2}$ y $1-\alpha = \frac{1}{2}$. Suman 1: rendimientos constantes a escala.

2. **a) Por trabajador.** $y_t = \dfrac{Y_t}{L_t} = \dfrac{A\,K_t^{1/2}L_t^{1/2}}{L_t} = A\left(\dfrac{K_t}{L_t}\right)^{1/2} = \mathbf{5\,k_t^{1/2}}$

3. **Números de partida.** $Y_0 = 5\cdot 20\cdot 10 = 1.000$ $\quad k_0 = 4$ $\quad y_0 = 10$ $\quad \dfrac{Y_0}{K_0} = 2{,}5$ $\quad \dfrac{Y_0}{L_0} = 10$

4. **b) Productos marginales.** $MPK = \dfrac{1}{2}\,A\,k^{-1/2} = \dfrac{1}{2}\cdot 5\cdot\dfrac{1}{2} = \mathbf{1{,}25}$ $\quad MPL = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1.000}{100} = 5$

5. **b) El reparto.**

	Precio real	Renta total	Parte de Y
Capital	$\frac{R}{P} = 1{,}25$	$1{,}25\cdot 400 = \mathbf{500}$	$\frac{1}{2}$
Trabajo	$\frac{W}{P} = 5$	$5\cdot 100 = 500$	$\frac{1}{2}$

Las dos rentas suman 1.000, que es toda la producción. El enunciado solo pide la fila del capital.

6. **Si sube K con L fijo.** El MPK baja y el MPL sube, porque capital y trabajo son complementarios. Las partes siguen siendo un medio y un medio.

7. **c) Los tres parámetros.** Sin progreso tecnológico, en el estado estacionario la producción agregada crece a la tasa n.

$1+n = \dfrac{1.050}{1.000} = 1{,}05$, $\boldsymbol{n = 0{,}05}$ $\quad 1-s = \dfrac{920}{1.000} = 0{,}92$, $\boldsymbol{s = 0{,}08}$ $\quad (\bar{\delta}+0{,}05)\cdot 400 = 0{,}08\cdot 1.000$, $\boldsymbol{\bar{\delta} = 0{,}15}$

Comprobación por trabajador: $(0{,}15+0{,}05)\cdot 4 = 0{,}80$ y $0{,}08\cdot 10 = 0{,}80$.

GLOSARIO

Función Cobb-Douglas. $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$. Los exponentes suman uno.

Rendimientos constantes a escala. Si se duplican K y L, se duplica Y.

Producto medio. $\frac{Y}{K}$ o $\frac{Y}{L}$. Producción por unidad de factor.

Producto marginal del capital, MPK. $\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha\,\frac{Y}{K}$. En exámenes anteriores, PMK.

Producto marginal del trabajo, MPL. $\frac{\partial Y}{\partial L} = (1-\alpha)\,\frac{Y}{L}$.

Alquiler real del capital, $\frac{R}{P}$. Lo que cobra una unidad de capital. Con competencia, el MPK.

Salario real, $\frac{W}{P}$. Lo que cobra un trabajador. Con competencia, el MPL.

Renta de un factor. Precio real por cantidad. El capital recibe $\alpha\,Y$ y el trabajo, $(1-\alpha)\,Y$.

Factores complementarios. Más cantidad de uno eleva el producto marginal del otro.

Renta per cápita, y. $\frac{Y}{L} = A\,k^{\alpha}$, con $k = \frac{K}{L}$.

Tasas de crecimiento. $g_Y = g_A + \alpha\,g_K + (1-\alpha)\,g_L$. Cada tasa pesa lo que su exponente.

Estado estacionario. Situación en la que k e y no cambian. Sin progreso tecnológico, Y crece a la tasa n.

Inversión de mantenimiento. $(\bar{\delta}+n)\,K$. La que mantiene constante el capital por trabajador.