CUADERNO PAU · PROBLEMAS NUMÉRICOS

Capítulo 5

La productividad

Hoja de método · eficacia, eficiencia y productividad · los dos problemas de la PAU de Madrid, resueltos como los corrige el tribunal · tres variantes nuevas para practicar



Por qué este capítulo. La productividad es un cociente: lo que sale dividido entre lo que entra. Parece poca cosa para un examen, y sin embargo la PAU de Madrid la ha preguntado dos veces con problema numérico (la última por 3 puntos) y una tercera como teoría. La dificultad está en el denominador: horas, trabajadores, jornadas parciales, euros. Quien elige bien el denominador y escribe la unidad del resultado tiene el problema resuelto; quien lo mezcla puede concluir lo contrario de lo que dicen los datos.

Qué ha pedido exactamente la PAU

Modelo	Lo que pide	Puntos
2024-25 P.2 (LOTTUS)	productividad por hora de tres alternativas de plantilla, una con jornadas parciales; cuál es la mejor; tasa de variación entre la mejor y la peor; productividad global e interpretación; efecto de la tecnología y de una avería	3
2022-23 A.5 (MÁSCARA)	productividad por hora de dos alternativas, una con jornadas al 65 %; cuál es mayor y en qué porcentaje	2
2021-22 B.2	dos maneras en que la innovación tecnológica aumenta la productividad	1

1. Hoja de método

Eficacia, eficiencia y productividad

Una empresa es **eficaz** cuando consigue el objetivo que se había fijado: producir las 12.500 unidades previstas, servir el pedido a tiempo. Es **eficiente** cuando lo consigue gastando lo menos posible. La eficiencia tiene dos lecturas. La **eficiencia técnica** compara cantidades físicas de factores: un método es técnicamente eficiente si no existe otro que produzca lo mismo con menos de algún factor sin usar más de otro. La **eficiencia económica** compara euros: entre los métodos técnicamente eficientes, es eficiente el de menor coste a los precios vigentes. La productividad es la medida numérica de todo esto.

Método	Trabajadores	Máquinas	Sillas/mes	Coste si la máquina cuesta 8.000 €/año	Coste si cuesta 15.000 €/año
A	4	2	1.000	$80.000 + 16.000 = 96.000$	$80.000 + 30.000 = 110.000$ **(mejor)**
B	3	4	1.000	$60.000 + 32.000 = 92.000$ **(mejor)**	$60.000 + 60.000 = 120.000$
C	4	4	1.000	$80.000 + 32.000 = 112.000$	$80.000 + 60.000 = 140.000$

Salario: 20.000 € por trabajador y año. El método C es **técnicamente ineficiente**: A produce lo mismo con las mismas personas y la mitad de máquinas, y B con menos personas y las mismas máquinas. Entre A y B no hay ganador técnico (uno ahorra máquinas, el otro ahorra trabajo); el ganador económico depende de los precios: B si la máquina es barata, A si es cara. Esa es la razón de

que en los países con salarios altos las fábricas estén más automatizadas.

La productividad en cinco pasos

1. **Identifica la producción** (unidades físicas: mascarillas, unidades de producto) y el **factor** por el que te preguntan (horas de trabajo, trabajadores, euros).
2. **Calcula la cantidad total del factor.** Para horas: trabajadores × horas de cada uno. Un contrato a tiempo parcial al 65 % aporta 0,65 veces las horas de la jornada completa; cuenta sus horas, no su número.
3. **Divide y escribe la unidad**: unidades por hora de trabajo, unidades por trabajador, euros por euro. Dos decimales.
4. **Compara** las alternativas y calcula la **tasa de variación** entre la mejor y la peor: la diferencia dividida entre la peor, en porcentaje.
5. **Productividad global**: valor de la producción (unidades × precio) dividido entre el coste de todos los factores (horas × coste por hora, materias primas, energía). Interpreta: «por cada euro gastado en factores se obtienen X euros de producción».

DEFINICIONES Y FÓRMULAS PARA MEMORIZAR

- **Productividad de un factor** $= \dfrac{\text{producción}}{\text{cantidad del factor}}$. Ejemplo: $12.500/(4 \times 1.400) = 2{,}23$ unidades por hora de trabajo. La unidad del resultado es «unidades de producto por unidad de factor».
- **Horas con jornada parcial**: $n_{\text{completos}} \times h + n_{\text{parciales}} \times h \times 0{,}65$. Ejemplo: $4 \times 1.300 + 2 \times 1.300 \times 0{,}65 = 5.200 + 1.690 = 6.890$ horas.
- **Tasa de variación** $= \dfrac{P_1 - P_0}{P_0} \times 100$. Ejemplo: $(2{,}23 - 1{,}81)/1{,}81 \times 100 = 23{,}20$ %. La base es siempre la situación de partida o la peor alternativa.
- **Productividad global** $= \dfrac{\text{valor de la producción}}{\text{coste de los factores}} = \dfrac{Q \times p}{\sum \text{factor}_i \times \text{precio}_i}$. Ejemplo: $187.500/119.800 = 1{,}57$ euros de producción por cada euro de factor. Es adimensional (euros entre euros).
- Para comparar la productividad global de dos años se usan **precios constantes** (los del primer año) en producción y en factores; si no, una subida de precios se disfraza de mejora de productividad.



AVISO · TRES ERRORES QUE INVIERTEN LA RESPUESTA

El **65 % se aplica a las horas**, no a las personas: dos empleados a tiempo parcial aportan $2 \times 1.300 \times 0{,}65 = 1.690$ horas, y a la vez son dos personas si el enunciado pide productividad por trabajador. La **tasa de variación** se divide entre la peor alternativa (la base), no entre la mejor ni entre la diferencia. Y en la productividad global el denominador son **euros**, así que las horas hay que multiplicarlas por el coste por hora antes de sumarlas a las materias primas; sumar horas con euros es el error más frecuente.



TRUCO · LAS DOS FRASES QUE DAN LA PUNTUACIÓN COMPLETA

Para la productividad de un factor: *«Cada hora de trabajo produce 2,23 unidades; la alternativa 2 es la más productiva porque obtiene la misma producción con menos horas»*. Para la global: *«Por cada euro empleado en factores productivos la empresa obtiene 1,57 euros de producción vendida»*. El tribunal valora el número y la frase; con los decimales redondeados a dos cifras y la unidad escrita, no hay discusión. En la tasa de variación, la solución oficial opera con los valores ya redondeados (2,23 y 1,81); haz lo mismo.

Por qué crece la productividad

Producir más no es lo mismo que ser más productivo: si la producción crece un 10 % con un 10 % más de horas, la productividad no se ha movido. Sube cuando la misma cantidad de factor rinde más, y eso tiene causas conocidas que la PAU pide nombrar y explicar.

Causa	Mecanismo	Ejemplo
Inversión en capital	más y mejores máquinas por trabajador; cada hora de trabajo mueve más producción	una panadería que cambia el horno de leña por uno eléctrico de doble capacidad
Innovación tecnológica (I+D+i)	innovación de proceso: la misma producción en menos tiempo y con menos consumo; innovación de producto: más valor por unidad vendida	un software que programa la producción y reduce los tiempos muertos; un producto con menos piezas
Capital humano	formación y experiencia: menos errores, menos tiempo por tarea	un operario formado que maneja dos máquinas en lugar de una
Organización y gestión	división del trabajo, especialización, mejor distribución en planta, motivación	la cadena de montaje de Ford, que multiplicó la producción por trabajador
Economías de escala	al producir más, los costes fijos se reparten entre más unidades	una fábrica que trabaja a plena capacidad frente a otra al 50 %

Lo contrario también se pregunta: una **avería** reduce la productividad global porque la producción cae mientras los costes siguen (salarios, alquiler) y aparecen otros nuevos (la reparación). El absentismo, los cuellos de botella y la falta de motivación actúan del mismo modo.



CONEXIÓN · PRODUCTIVIDAD, SALARIOS Y UMBRAL

Si una hora de trabajo produce más unidades, el coste de mano de obra por unidad baja: la productividad es lo que permite pagar salarios altos y vender a precios competitivos a la vez. En el capítulo 6 verás la otra cara: un coste variable unitario menor reduce el umbral de rentabilidad, así que la misma mejora de productividad adelanta el punto en que la empresa empieza a ganar dinero.

2. Los ejercicios de la PAU, resueltos

Los enunciados son literales. La solución está redactada como la escribiría un alumno que quiere la nota máxima: fórmula, sustitución, resultado con unidad y una frase.

EJERCICIO 1 · PAU Madrid 2024-25, pregunta 2 · LOTTUS · 3 puntos

La empresa LOTTUS tiene previsto fabricar y vender durante el año 2024 un total de 12.500 unidades de producto. Para su producción cuenta con tres alternativas: 1.ª contratar 5 empleados con una jornada completa por trabajador de 1.200 horas anuales; 2.ª contratar 4 empleados con una jornada completa por trabajador de 1.400 horas anuales; 3.ª contratar 4 empleados con una jornada completa por trabajador de 1.300 horas anuales, y además 2 empleados contratados a tiempo parcial, realizando solo el 65 % de dicha jornada completa. Teniendo en cuenta la información anterior, se pide: a) calcule para cada alternativa la productividad por hora trabajada de cada trabajador (0,75 puntos) y determine cuál de ellas es la alternativa más productiva (0,25 puntos); b) calcule, en términos porcentuales, cuánto más productiva es la mejor alternativa respecto a la peor de las alternativas (0,5 puntos); c) responda a uno de estos dos subapartados: c.1) sabiendo que la empresa tiene previsto vender cada unidad de producto a un precio de venta de 15 €, ha consumido 75.000 € en materias primas y el coste por hora trabajada de cada empleado es de 8 euros, calcule e interprete la productividad global

de la empresa en la alternativa que ha seleccionado de mayor productividad (1 punto). Analice cómo se vería afectada la productividad global de la empresa en las siguientes situaciones (0,50 puntos): incorporación de nuevas tecnologías al proceso productivo y una avería en las máquinas de la empresa; c.2) la motivación laboral es uno de los factores principales que influyen en la productividad. Por eso, el departamento de recursos humanos utiliza un conjunto de herramientas que motivan al trabajador para alcanzar un buen desempeño laboral. Defina motivación laboral (0,50 puntos) y explique cuatro herramientas que puede utilizar la empresa para motivar a sus empleados/as (1 punto).

a) Productividad del trabajo = producción / horas trabajadas.

- Alternativa 1: $12.500/(5 \times 1.200) = 12.500/6.000 = \mathbf{2{,}08}$ unidades por hora de trabajo.
- Alternativa 2: $12.500/(4 \times 1.400) = 12.500/5.600 = \mathbf{2{,}23}$ unidades por hora de trabajo.
- Alternativa 3: $12.500/(4 \times 1.300 + 2 \times 1.300 \times 0{,}65) = 12.500/(5.200 + 1.690) = 12.500/6.890 = \mathbf{1{,}81}$ unidades por hora de trabajo.

La **alternativa 2** es la más productiva: consigue las mismas 12.500 unidades con el menor número de horas (5.600).

b) Tasa de variación entre la mejor (2.ª, 2,23) y la peor (3.ª, 1,81): $(2{,}23 - 1{,}81)/1{,}81 \times 100 = \mathbf{23{,}20}$ %. La alternativa 2 es un 23,20 % más productiva que la 3.

c.1) Productividad global en la alternativa 2. Valor de la producción $= 12.500 \times 15 = 187.500$ €. Coste de los factores: trabajo $4 \times 1.400 \times 8 = 44.800$ €; materias primas 75.000 €; total 119.800 €. Productividad global $= 187.500/119.800 = \mathbf{1{,}57}$. Por cada euro empleado en factores productivos la empresa obtiene 1,57 euros de producto terminado y vendido. *Nuevas tecnologías*: aumentan la productividad global, porque permiten producir más con los mismos factores o lo mismo con menos horas y menos consumo. *Avería*: la reduce, porque durante la parada no se produce mientras los costes siguen corriendo, y además hay que pagar la reparación.

c.2) Es la pregunta de teoría de recursos humanos; se trabaja en la unidad 6. En dos líneas: la motivación laboral es el conjunto de estímulos que recibe el trabajador y le llevan a actuar de una determinada manera en el trabajo; herramientas: condiciones laborales y salario, diseño del puesto, clima laboral, autonomía y reconocimiento.

EJERCICIO 2 · PAU Madrid 2022-23, A.5 · MÁSCARA · 2 puntos

La empresa MÁSCARA, que se dedica a la fabricación de mascarillas, quiere introducir la producción de un nuevo producto esperando producir 600.000 unidades. Para conseguirlo se estudian dos alternativas. Alternativa 1: contratar a 10 trabajadores con jornada completa, lo que supone un total de 2.640 horas al año por cada trabajador. Alternativa 2: contratar a 6 trabajadores que trabajarán también un total de 2.640 horas al año cada uno, junto a 4 trabajadores cuya jornada laboral será parcial, siendo el 65 % de la jornada completa de los otros trabajadores. Teniendo en cuenta la información anterior, se pide: a) calcule la productividad por hora de trabajo en cada alternativa e indique cuál de ellas logra una mayor productividad (1,25 puntos); b) respecto a la alternativa elegida en el apartado anterior, ¿cuánto más productiva es respecto de la otra en términos porcentuales? (0,75 puntos).

a) Alternativa 1: horas $= 10 \times 2.640 = 26.400$; productividad $= 600.000/26.400 = \mathbf{22{,}73}$ mascarillas por hora de trabajo. Alternativa 2: horas $= 6 \times 2.640 + 4 \times 2.640 \times 0{,}65 = 15.840 + 6.864 = 22.704$; productividad $= 600.000/22.704 = \mathbf{26{,}43}$ mascarillas por hora de trabajo. La **alternativa 2** logra mayor productividad: las mismas 600.000 mascarillas con 3.696 horas menos. Fíjate en que en las dos alternativas hay diez personas; lo que cambia son

las horas.
b) $(26{,}43 - 22{,}73)/22{,}73 \times 100 = \mathbf{16{,}28}$ %. La alternativa 2 es un 16,28 % más productiva que la 1.

EJERCICIO 3 · PAU Madrid 2021-22, B.2 · 1 punto

Describa dos maneras en las que la innovación tecnológica permite incrementar la productividad de una empresa (1 punto).

La innovación tecnológica aumenta la productividad por dos vías. **Innovación de proceso**: mejoras en la forma de producir, organizar y vender (maquinaria más rápida, automatización, software de gestión de la producción o de las ventas) que ahorran tiempo y costes y permiten obtener la misma producción con menos horas de trabajo y menos consumo de materiales, o más producción con los mismos factores. **Innovación de producto**: mejoras en el propio bien (nuevos materiales, diseños con menos piezas, más prestaciones) que reducen el tiempo de fabricación o elevan el valor de cada unidad vendida, con lo que crece el valor de la producción obtenido por cada euro de factor. En los dos casos sube el cociente entre producción y factores: numerador más alto, denominador más bajo o ambas cosas.

Criterios de corrección que se repiten

- Cada productividad lleva la **fórmula escrita** (producción / horas), la sustitución con las horas totales calculadas y el resultado con su unidad («unidades por hora de trabajo»).
- La alternativa más productiva se **nombra** y se justifica (misma producción, menos horas).
- La tasa de variación se escribe como **cociente sobre la peor** alternativa y se expresa en porcentaje con dos decimales.
- En la global se puntúa **convertir las horas en euros** (horas × coste por hora), sumar todos los factores e **interpretar** el resultado con la frase «por cada euro de factor».
- En las preguntas de efecto (tecnología, avería) se puntúa decir si la productividad **sube o baja y por qué**.

Errores que hacen perder puntos

- Contar al trabajador a tiempo parcial como un trabajador completo, o aplicar el 65 % al número de personas.
- Dividir horas entre producción (el cociente al revés) o dar el resultado sin unidad.
- Calcular la tasa de variación sobre la mejor alternativa o dar la diferencia de productividades (0,42) como si fuera un porcentaje.
- Sumar horas y euros en el denominador de la productividad global.
- Elegir la alternativa con más trabajadores o más producción «porque produce más», sin mirar el cociente.

3. Variantes para practicar

Tres ejercicios nuevos con el mismo molde. Las soluciones están al final del capítulo; resuélvelos antes de mirarlas. Cada uno tiene un giro que la PAU todavía no ha usado y podría usar.

VARIANTE 1 · HILANDERA DEL MIÑO, S.L. · confección textil · 2 puntos

HILANDERA DEL MIÑO, S.L. fabrica jerséis de lana en dos talleres. El taller de Lugo tiene 8 trabajadores a jornada completa de 1.600 horas anuales y ha producido 32.000 jerséis en

2026. El taller de Ourense tiene 10 trabajadores con una jornada de 1.200 horas anuales y ha producido 36.000 jerséis. Se pide: a) calcule la productividad por trabajador de cada taller e indique cuál es más productivo según esta medida (0,5 puntos); b) calcule la productividad por hora de trabajo de cada taller e indique cuál es más productivo según esta medida (0,75 puntos); c) calcule en porcentaje cuánto más productivo por hora es el mejor taller respecto al otro (0,25 puntos); d) explique por qué las dos medidas dan respuestas distintas y cuál de las dos refleja mejor la eficiencia de cada taller (0,5 puntos).

VARIANTE 2 · PANADERÍA ALBORADA, S.L. · obrador de pan · 3 puntos

PANADERÍA ALBORADA, S.L. vendió en 2025 un total de 60.000 hogazas a 2 € cada una. Empleó a 3 panaderos con una jornada de 1.600 horas anuales a un coste de 12 € por hora, gastó 30.000 € en harina y otras materias primas y 12.400 € en energía. En 2026 instaló un horno nuevo y vendió 66.000 hogazas al mismo precio, con la misma plantilla y jornada, 32.000 € de materias primas y 10.400 € de energía. Se pide: a) calcule la productividad del trabajo (hogazas por hora) en cada año y su tasa de variación (1 punto); b) calcule la productividad global de cada año e interprete el resultado de 2026 (1,25 puntos); c) calcule la tasa de variación de la productividad global y explique a qué se debe (0,75 puntos).

VARIANTE 3 · CERVEZAS DEL CANTÁBRICO, S.A. · cervecera artesana · 2 puntos

CERVEZAS DEL CANTÁBRICO, S.A. produjo y vendió 50.000 botellas en 2025 a 2 € la botella, con unos costes de factores de 80.000 € (30.000 € de trabajo, 40.000 € de materias primas y 10.000 € de energía). En 2026 produjo y vendió las mismas 50.000 botellas, con las mismas cantidades de trabajo, materias primas y energía a los mismos precios de compra, pero subió el precio de venta a 2,40 € por botella. Se pide: a) calcule la productividad global de 2025 y de 2026 con los precios de venta de cada año y la tasa de variación entre ambas (1 punto); b) calcule la productividad global de 2026 a precios constantes de 2025 y la tasa de variación (0,5 puntos); c) explique si la empresa es más productiva en 2026 y por qué la comparación debe hacerse a precios constantes (0,5 puntos).

4. Soluciones de las variantes

Variante 1 · HILANDERA DEL MIÑO, S.L.

a) Por trabajador. Lugo: $32.000/8 = \mathbf{4.000}$ jerséis por trabajador. Ourense: $36.000/10 = \mathbf{3.600}$ jerséis por trabajador. Según esta medida, Lugo es más productivo.
b) Por hora. Lugo: horas $= 8 \times 1.600 = 12.800$; productividad $= 32.000/12.800 = \mathbf{2{,}50}$ jerséis por hora de trabajo. Ourense: horas $= 10 \times 1.200 = 12.000$; productividad $= 36.000/12.000 = \mathbf{3{,}00}$ jerséis por hora de trabajo. Según esta medida, Ourense es más productivo.
c) $(3{,}00 - 2{,}50)/2{,}50 \times 100 = \mathbf{20}$ %. Ourense es un 20 % más productivo por hora que Lugo.
d) Las dos medidas usan el mismo numerador y distinto denominador. Cada trabajador de Lugo produce más al año porque trabaja 400 horas más, no porque rinda más en cada hora. La productividad por hora elimina ese efecto y compara el rendimiento real del factor: Ourense obtiene más jerséis de cada hora pagada, así que es el taller más eficiente. Cuando las jornadas son distintas, la hora es el denominador correcto; en la PAU, el enunciado dice «por hora trabajada» y hay que respetarlo.

Variante 2 · PANADERÍA ALBORADA, S.L.

a) Productividad del trabajo. Horas de cada año $= 3 \times 1.600 = 4.800$. 2025: $60.000/4.800 = \mathbf{12{,}50}$ hogazas por hora. 2026: $66.000/4.800 = \mathbf{13{,}75}$ hogazas por hora. Tasa de variación $= (13{,}75 - 12{,}50)/12{,}50 \times 100 = \mathbf{10}$ %.
b) Productividad global. 2025: valor de la producción $= 60.000 \times 2 = 120.000$ €; costes $= 4.800 \times 12 + 30.000 + 12.400 = 57.600 + 30.000 + 12.400 = 100.000$ €; productividad global $= 120.000/100.000 = \mathbf{1{,}20}$. 2026: valor $= 66.000 \times 2 = 132.000$ €; costes $= 57.600 + 32.000 + 10.400 = 100.000$ €; productividad global $= 132.000/100.000 = \mathbf{1{,}32}$. Por cada euro empleado en factores, en 2026 la panadería obtiene 1,32 euros de pan vendido.
c) Tasa de variación $= (1{,}32 - 1{,}20)/1{,}20 \times 100 = \mathbf{10}$ %. La mejora viene de la inversión en capital (el horno nuevo): con las mismas horas de trabajo y el mismo gasto total en factores, la empresa produce un 10 % más de hogazas y consume menos energía, lo que compensa la harina adicional. Como los precios no han cambiado entre los dos años, la comparación ya está a precios constantes y el 10 % es una ganancia real de productividad.

Variante 3 · CERVEZAS DEL CANTÁBRICO, S.A.

a) A precios de cada año. 2025: $50.000 \times 2/80.000 = 100.000/80.000 = \mathbf{1{,}25}$. 2026: $50.000 \times 2{,}40/80.000 = 120.000/80.000 = \mathbf{1{,}50}$. Tasa de variación $= (1{,}50 - 1{,}25)/1{,}25 \times 100 = \mathbf{20}$ %.
b) A precios constantes de 2025. La producción de 2026 se valora a 2 €: $50.000 \times 2/80.000 = \mathbf{1{,}25}$. Tasa de variación $= (1{,}25 - 1{,}25)/1{,}25 \times 100 = \mathbf{0}$ %.
c) La empresa no es más productiva en 2026: fabrica las mismas botellas con los mismos factores. El 20 % del apartado a) es solo el efecto de haber subido el precio un 20 %; la cervecera gana más dinero, pero cada euro de factor sigue produciendo la misma cerveza. La productividad mide una relación física entre lo que sale y lo que entra; cuando se expresa en euros hay que fijar los precios de un año base para que el cociente recoja cantidades y no inflación. Por eso la productividad global entre dos años se calcula a precios constantes.



PARA EL EXAMEN · LO QUE TE LLEVAS DE ESTE CAPÍTULO

Producción arriba, factor abajo, unidad al lado. Antes de dividir, convierte las jornadas parciales en horas y, si te piden la global, las horas en euros. La mejor alternativa es la del cociente mayor, aunque tenga menos gente; la tasa de variación se calcula sobre la peor. Y recuerda la frase: «por cada hora de trabajo» o «por cada euro de factor». Capítulo siguiente: costes, umbral de rentabilidad y la decisión de producir o comprar, donde la productividad se convierte en coste variable unitario.